

1. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

$$\text{㉠ } y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$$

$$\text{㉡ } y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$\text{㉢ } y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

2. 분수함수 $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선이 $x = a$, $y = b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} \Rightarrow y = 2 + \frac{1}{x-1} \text{ 이므로,}$$

점근선은 $y = 2$, $x = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$

3. 두 함수 $y = \frac{5x+1}{3x-2}$, $y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선이 일치할 때,
 $a+b$ 의 값은?

① $\frac{4}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ 2

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$y = \frac{5x+1}{3x-2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = \frac{2}{3}, y = \frac{5}{3} \text{ 이고,}$$

$y = \frac{ax+3}{2x+b}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = -\frac{b}{2}, y = \frac{a}{2} \text{ 이다.}$$

이 때, 두 그래프의 점근선이 일치하므로

$$\frac{2}{3} = -\frac{b}{2}, \frac{5}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}, b = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore a+b=2$$

4. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 제 1, 3 사분면만을 지난다.

㉡ 두 점근선의 교점은 (2, 1) 이다.

㉢ 두 직선 $y = -x + 3$, $y = x - 1$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

① ㉡

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 다음 그림의 개형을 가지므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

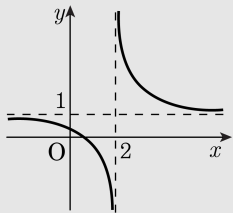
㉡ 점근선이 $x = 2$, $y = 1$ 이므로 교점은 (2, 1)

㉢ 주어진 분수함수가 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축으로

2,

y 축으로 1만큼 평행이동 시킨 것이므로 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 (2, 1) 을 지나는 직선이다.

$\Rightarrow y = x - 1, y = -x + 3$



5. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $y = \frac{-1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 -2, y 축으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
 ㉡ 점근선의 식은 $x = -2$, $y = 2$ 이다.
 ㉢ 두 직선 $y = -x + 1$, $y = x + 5$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+2} = \frac{-7}{x+2} + 3$$

㉠ 이 분수함수는 $y = \frac{-7}{x}$ 을 x 축으로 -2,

y 축으로 3만큼 평행이동 시킨 것이다.

㉡ 점근선은 $x = -2$, $y = 3$ 이다.

㉢ 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선이다.

$$\Rightarrow y = -x + 1, y = x + 5$$

6. $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을 지나고 $f^{-1}(x) = f(x)$ 가 성립할 때 $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 에서 $y = \frac{ax+b}{x+2}$ 로 놓고 역함수를 구해보면

$$y(x+2) = ax+b, yx+2y = ax+b$$

$$x(y-a) = b-2y, x = \frac{b-2y}{y-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{b-2x}{x-a}$$

$f^{-1}(x) = f(x)$ 이므로

$$\frac{b-2x}{x-a} = \frac{ax+b}{x+2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서 $f(x) = \frac{-2x+b}{x+2}$ 가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{-2+ b}{1+2}, 1 = \frac{-2+b}{3}$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a+b = -2+5 = 3$$

7. 함수 $y = \frac{2x+5}{x+1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때,
 $a - b$ 의 값은? (단, $a < 0$)

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

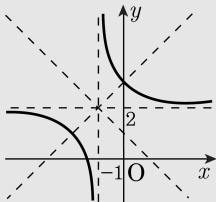
이므로

주어진 함수의 그래프는 점 $(-1, 2)$ 를 지나고

기울기가 ± 1 인 직선에 대하여 대칭이다.
 이 때, 구하는 직선의 기울기가 음수이므로
 직선의 방정식은 $y - 2 = -(x + 1)$

$$\therefore y = -x + 1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$ 이므로 $a - b = -2$



8. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

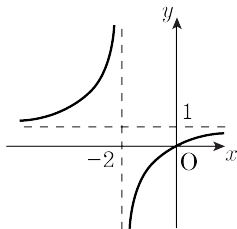
㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.

㉡는 모든 사분면을 지난다.

㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

9. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = 1 + \frac{k}{x+2}$, ($k \neq 0$)가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

10. $2 \leq x \leq 4$ 일 때, 함수 $y = \frac{3x-4}{x-1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{8}{3}$

④ $\frac{16}{3}$

⑤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = \frac{3x-4}{x-1} = \frac{-1}{x-1} + 3$$

$$x = 2 \text{ 일 때 최소이므로, } M = \frac{-1}{2-1} + 3 = 2$$

$$x = 4 \text{ 일 때 최대이므로, } m = \frac{-1}{4-1} + 3 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

11. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}\text{㉠ } f(-x) &= \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}\end{aligned}$$

$$\text{㉡ } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{1+x}{1-x} \neq f(x)$$

$$\text{㉢ } f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1} = f(x)$$

따라서 ㉠, ㉢

12. 함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

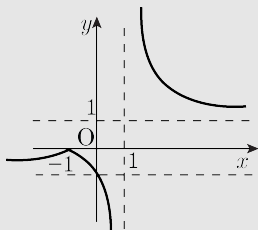
해설

i) $x < -1$

$$y = \frac{-x-1}{x-1} = -1 + \frac{-2}{x-1}$$

ii) $x \geq -1$

$$y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$



$\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 이므로
 $p=0, q=1 \therefore p+q=1$

13. 분수함수 $y = \frac{x+k}{x}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
- ② 점(0, 1)에 대하여 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에 가까워진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ $y = -x + 1$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 0$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (0, 1)에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에서 멀어진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (0, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.

14. 유리함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 그래프와 $y = a$ 의 그래프의 교점이 2 개가 되게 하는 a 값의 범위를 구하면?

① $a < 1$

② $a > 1$

③ $0 < a < 1$

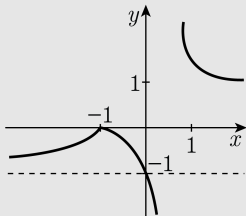
④ $-1 < a < 0$

⑤ $-1 < a < 1$

해설

$y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 그래프를
그려보면

$\therefore y = a$ 와 교점이 두 개가 되려면 $-1 < a < 0$



15. 함수 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 에 대하여 $f(2x)$ 를 $f(x)$ 로 나타내면 ?

① $\frac{2f(x)}{2f(x)-1}$

② $\frac{2f(x)}{2f(x)+1}$

③ $\frac{2f(x)}{f(x)-1}$

④ $\frac{2f(x)}{f(x)+1}$

⑤ $\frac{2f(x)}{f(x)-2}$

해설

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ 에서 } x = \frac{f(x)}{f(x)-1}$$

$$2x = \frac{2f(x)}{f(x)-1}$$

$$f(2x) = f\left(\frac{2f(x)}{f(x)-1}\right) = \frac{\frac{2f(x)}{f(x)-1}}{\frac{2f(x)}{f(x)-1} - 1}$$

$$= \frac{2f(x)}{2f(x) - f(x) + 1} = \frac{2f(x)}{f(x) + 1}$$