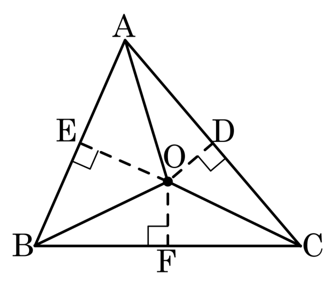
**1.** 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

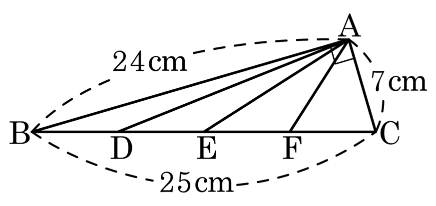



① △OBE ≡ △OBF
② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE
④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설

△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

**2.** 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.




▶ 답 : cm

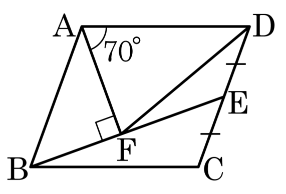
▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\text{cm})$

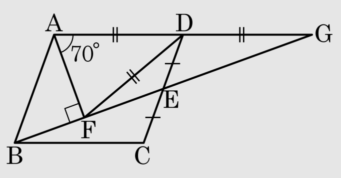
**3.** 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70°$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.




▶ 답 :

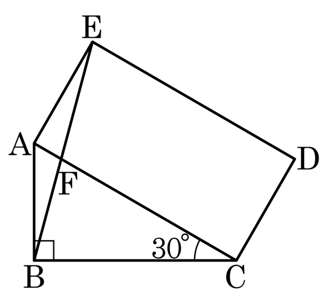
▷ 정답 : 20

해설




$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$ ,
$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
$\therefore \angle DFE = 90° - \angle DFA = 90° - \angle DAF = 20°$

**4.** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?




① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

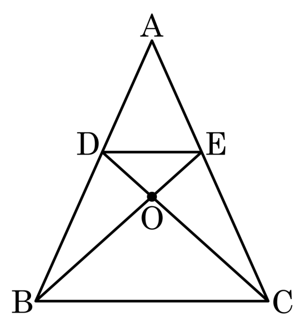
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

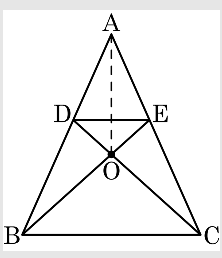
**5.** 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : $120\underline{^{\circ}}$

해설




$\angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle\mathrm{DBE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{DEB} = \angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC} = y$

점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$

즉, $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OAC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = x$, $\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = y$

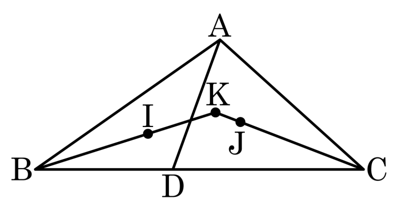
한편 외심의 성질에 의해 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A}$ 이므로

$\angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{BOC}$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle\mathrm{ODE}$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180^{\circ}$, $x + y = \angle\mathrm{A} = 60^{\circ}$

$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 120^{\circ}$

**6.** 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 141.5 °

해설

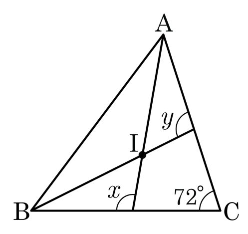
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

**7.** $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

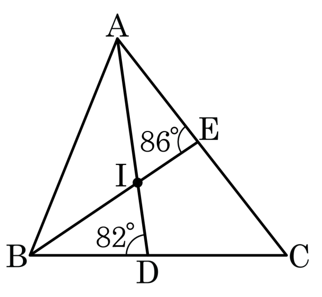



① $190\,°$ ② $191\,°$ ③ $192\,°$ ④ $194\,°$ ⑤ $198\,°$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$ 라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72\,° = 180\,°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 54\,°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72\,°) + (\angle b + 72\,°) = \angle a + \angle b + 144\,° = 198\,°$

**8.** 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ADB = 82°$, $\angle AEB = 86°$일 때, $\angle C = (\quad)°$의 크기를 구하여라.



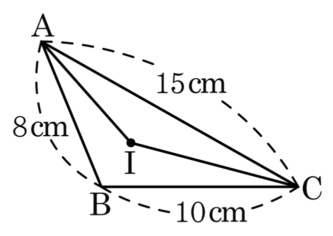

▶ 답: °

▷ 정답: 52°

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$라 하면, $\triangle ABE$에서
$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots$ ㉠
$\triangle ADB$에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$
$\triangle ABC$에서 $60° + 68° + \angle C = 180°$이다.
$\therefore \ \angle C = 52°$

**9.** 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이고 $\overline{AB}$ = 8cm, $\overline{BC}$ = 10cm, $\overline{AC}$ = 15cm일 때, $\triangle$ABC의 넓이와 $\triangle$AIC의 넓이의 비는?




① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

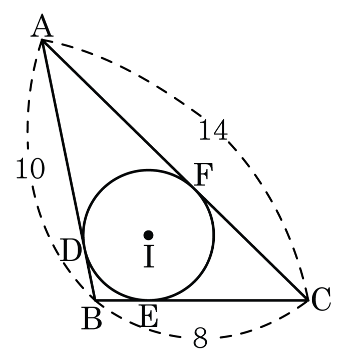
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle$ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \frac{33}{2}\ r\ (\mathrm{cm}^2)$

($\triangle$AIC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}\ r\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\triangle$ABC : $\triangle$AIC $= \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

**10.** 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?

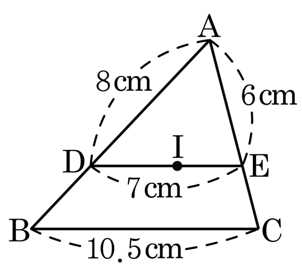



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$ , $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10, 12 = 2x$ 이다.
$\therefore x = 6(\text{cm})$

**11.** 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.




▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots$ ㉠

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

$\overline{DB} = \overline{DI}$

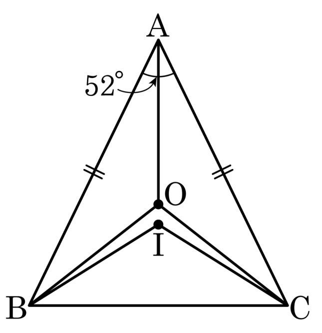
같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} + \overline{BC} \\ &= 8 + 6 + 7 + 10.5 = 31.5(\text{cm})\end{aligned}$$

**12.** 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.




▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 6°

해설

외심의 성질에 의해
$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52° = 104°$ 이고,
내심의 성질에 의해
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 52° = 116°$
또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 104°) = 38° \cdots$ ㉠
$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 116°) = 32° \cdots$ ㉡
따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38° - 32° = 6°$ 이다.