1. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 『n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k 는 자연수) 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

① 대우, $2k$　② 대우, $4k$　③ 대우, $2k+1$
④ 역, $2k+1$　⑤ 역, $4k^2$

해설

'n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.' 의 대우는 'n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.'
$\therefore$ (가)–대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$
$\therefore$ (나)– $2k$

2. $q > p > 1$인 실수 p, q에 대하여 $pq + p$와 $p^2 + q$의 대소를 비교하면?

① $pq + p < p^2 + q$　　② $pq + p \leq p^2 + q$

③ $pq + p > p^2 + q$　　④ $pq + p \geq p^2 + q$

⑤ $pq + p = p^2 + q$

해설

$$\begin{aligned}(pq+p)-(p^2+q) &= pq-q-p^2+p \\ &= q(p-1)-p(p-1) \\ &= (p-1)(q-p)\end{aligned}$$

$q > p > 1$이므로 $p-1>0$, $q-p>0$
따라서 $(p-1)(q-p)>0$이므로
$pq+p>p^2+q$

3. $0 < a < 1$일 때, $P = \frac{1}{a}$, $Q = \frac{1}{2-a}$, $R = \frac{a}{2+a}$의 대소 관계로 옳은 것은?

① $P < R < Q$ ② $R < Q < P$ ③ $Q < P < R$
④ $Q < R < P$ ⑤ $R < P < Q$

해설

i) $\frac{1}{a} - \frac{1}{2-a} = \frac{2-a-a}{a(2-a)} = \frac{2(1-a)}{a(2-a)}$

이 때 $a > 0,\ 2-a > 0,\ 1-a > 0$ 이므로

$\frac{2(1-a)}{a(2-a)} > 0 \qquad \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{2-a}$

즉, P>Q

ii) $\frac{1}{a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a^2}{a(2+a)} = \frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)}$

이 때 $a > 0,\ 2+a > 0,\ a-2 < 0, a+1 > 0$ 이므로

$\frac{-(a-2)(a+1)}{a(2+a)} > 0 \qquad \therefore \frac{1}{a} > \frac{a}{2+a}$

즉, P>R

iii) $\frac{1}{2-a} - \frac{a}{2+a} = \frac{2+a-a(2-a)}{(2-a)(2+a)}$

$= \frac{2+a-2a+a^2}{(2-a)(2+a)} = \frac{a^2-a+2}{(2-a)(2+a)}$

이 때 $2-a > 0, 2+a > 0, a^2-a+2 > 0$이므로 $\frac{1}{2-a} > \frac{a}{2+a}$

$\therefore Q > R$ 따라서, $P > Q > R$이다.

4. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a|+|b| \geq 0$, $|a+b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라] 에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

> $|a|+|b| \geq 0, ||a+b| \geq 0$ 이므로 $(|a|+|b|)^2$, $|a+b|^2$ 의 대소를 비교하면 된다.
> $(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
> $= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
> $= a^2 + \boxed{가} + b^2 - (a^2 + \boxed{나} + b^2)$
> $= 2(\boxed{다}) \geq 0$
> (단, 등호는 $\boxed{라} \geq 0$일때성립)

① 가 : $|ab|$, 나 : ab, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : ab

② 가 : $|ab|$, 나 : ab, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : $2ab$

③ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $|ab| - ab$, 라 : ab

④ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : ab

⑤ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : $2ab$

해설

$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
$= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)$
$= 2(|ab| - ab) \geq 0$
(단, 등호는 $ab \geq 0$일때성립)

5. 자연수 n 에 대하여 2^{4n}, 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{4n} < 3^{3n}$ ② $2^{4n} > 3^{3n}$ ③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$
④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$ ⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

해설

$$\frac{2^{4n}}{3^{3n}} = \left(\frac{2^4}{3^3}\right)^n = \left(\frac{16}{27}\right)^n < 1$$

$\therefore 2^{4n} < 3^{3n}$

6. 부등식 $|x+y| \le |x|+|y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x=y$　　② $xy>0$　　③ $xy \ge 0$

④ $x \ge 0,\ y \ge 0$　　⑤ $x \le 0,\ y \le 0$

해설

$|x+y| = |x|+|y|$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$xy = |xy|$

(i) $xy = |xy| \quad \Rightarrow \quad xy \ge 0$

(ii) 또 $xy > 0$ 이면 $x,\ y$ 는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.

$xy = 0$ 이면 등호가 성립한다.

따라서, $xy \ge 0 \quad \Rightarrow \quad xy = |xy|$

(i), (ii) 에서

$xy = |xy| \Leftrightarrow xy \ge 0$

7. 다음은 명제 「x, y가 정수일 때 xy가 짝수이면 x, y 중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

> 주어진 명제의 결론을 부정하여 (가) 이면 $x = 2m+1, y =$ (나)(m, n 은 정수) 이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(mn+m+n)+1$ 이므로 xy 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① x 또는 y 가 짝수, $2n$

② x , y 중 하나만 짝수, $2n$

③ x , y 중 하나만 홀수, $2n+1$

④ x , y 모두 홀수, $2n+1$

⑤ x , y 모두 짝수, $2n+1$

해설

주어진 명제의 결론을 부정하여 x, y가 모두 (가): 홀수이면 $x = 2m+1$, (나) : $y = 2n+1$ (m, n은 정수)이라 할 수 있다. 이 때, $xy = 2(2mn+m+n)+1$ 이므로 xy는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

8. $0 < a < b,\ a + b = 1$ 일 때 $1,\ \sqrt{a} + \sqrt{b},\ \sqrt{b} - \sqrt{a},\ \sqrt{b-a}$의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

② $\sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $1 < \sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

먼저 주어진 식을 각각 제곱하면
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
$(\sqrt{b} - \sqrt{a})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$
$(\sqrt{b-a})^2 = b - a$

이 때 $1 = a + b$ 이므로 $a = \frac{1}{4},\ b = \frac{3}{4}$ 을 대입하여
크기를 예상하여 두 식의 차를 알아보면
$(a + b + 2\sqrt{ab}) - (a + b) = 2\sqrt{ab} > 0$
$\therefore 1 = a + b < a + b + 2\sqrt{ab} \cdots$ ㉠

$(a + b) - (b - a) = 2a > 0$
$\therefore b - a < a + b = 1 \cdots$ ㉡

$(b - a) - (a + b - 2\sqrt{ab})$
$= -2a + 2\sqrt{ab}$
$= 2\sqrt{a}(\sqrt{b} - \sqrt{a}\ 0 > 0$
$\therefore a + b - 2\sqrt{ab} < b - a \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서
$\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

9. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2^{50}}{50^{10n}} = \frac{(2^5)^{10}}{(5^n)^{10}} = \left(\frac{32}{5^n}\right)^{10}$$

이 때 $2^{50} > 5^{10n}$이므로 $\left(\frac{32}{5^n}\right) > 1$

$\therefore n = 1,\ 2$

n의 갯수는 2 개이다.

10. 부등식 $7^{20} < n^{10}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$\frac{7^{20}}{n^{10}} = \frac{(7^2)^{10}}{n^{10}} = \left(\frac{49}{n}\right)^{10} < 1$

$\frac{49}{n} < 1$ 이므로 $n > 49$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 50 이다.

11. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a+b+c| \leq |a|+|b|+|c|$

⑤ $|a-b| \geq |a|-|b|$

해설

① $|a| = a(a \geq 0)$
$-a(a < 0)$

② 참
③ 참
④ $(|a+b+c|)^2$
$= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
$(|a|+|b|+|c|)^2$
$= a^2+b^2+c^2+2(|a||b|+|b||c|+|c||a|)$
$|a||b| \geq ab,\ |b||c| \geq bc,\ |c||a| \geq ca$
$\therefore |a+b+c| \leq |a|+|b|+|c|$
⑤ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
$(|a|-|b|)^2 = a^2-2|a||b|+b^2$ $(\because |a||b| \geq ab)$
$\therefore |a-b| \geq |a|-|b|$

12. 다음은 실수 $a,\ b,\ c$ 가 모두 양수일 때, $a^3+b^3+c^3-3abc \ge 0$ 임을 보이는 과정이다. [㉮] 안에 들어갈 알맞은 식은?

$$
\begin{aligned}
&a^3+b^3+c^3-3abc \\
&=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca) \\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2) \\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)\ [㉮] \ge 0
\end{aligned}
$$

① $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

② $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$

③ $(a+b)^2-(b+c)^2-(c+a)^2$

④ $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

⑤ $(a-b)^2-(b-c)^2-(c-a)^2$

해설

① $\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2\}$
$=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

13. 다음 [보기] 중에 x에 대한 절대부등식인 것을 모두 고른 것은? (단, x는 실수이다.)

보기

㉠ $x+1>0$　　㉡ $x^2-2x+1\geq 0$

㉢ $x^2<x+12$　　㉣ $x^2+1>x$

① ㉡　　② ㉠, ㉢　　③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$

㉡ $x^2-2x+1\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2\geq 0$

$\Leftrightarrow$ x는모든실수(절대부등식)

㉢ $x^2<x+12 \Leftrightarrow x^2-x-12<0$

$\Leftrightarrow (x+3)(x-4)<0$

$\Leftrightarrow -3<x<4$

㉣ $x^2+1>x \Leftrightarrow x^2-x+1>0$

$\Leftrightarrow \left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+1-\frac{1}{4}>0$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

$\Leftrightarrow$ x는모든실수(절대부등식)

14. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $x^2 - xy + y^2 = x^2 - yx + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}y^2 + y^2$

$= \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉡ $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉢ $(|x| + |y|)^2 = x^2 + 2|x||y| + y^2$

$(|x - y|)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

㉣ $x^2 \geq 0 \rightarrow$ 절대부등식

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$

$= \frac{1}{2}\left((x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\right\} \geq 0$

$\rightarrow$ 절대부등식

따라서 옳은 것은 모두 4 개이다.

15. 다음은 명제 '$3m^2 - n^2 = 1$ 을 만족하는 (가)'에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

> … (생략) …
> m, n이 정수이고 $3m^2 = n^2 + 1$이므로, $n^2 + 1$은 3의 배수이다.
> 한편, 정수 n이 어떤 정수 k 에 대하여
> $n = 3k$이면 $n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$
> $n = 3k+1$이면 $n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2+6k+1 = 3(3k^2+2k)+1$
> $n = 3k+2$ 이면 $n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2+12k+4 = 3(3k^2+4k+1)+1$이므로 n^2을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.
> 따라서 n^2+1을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.
> … (생략) …

다음 중 위의 (가)에 가장 알맞은 것은?

① m, n 중 적어도 하나는 정수이다.

② m, n 중 어느 것도 정수가 아니다.

③ m, n이 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.

④ m, n이 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.

⑤ m, n이 모두 정수인 해는 없다.

해설

귀류법을 쓰면 m, n이 정수이고 $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로, $n^2 + 1$은 3 의 배수이다. ⋯ ㉠
한편, 정수 n이 어떤 정수 k에 대하여,
$n = 3k$이면 $n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2)$
$n = 3k+1$이면 $n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2+6k+1 = 3(3k^2+2k)+1$
$n = 3k+2$ 이면 $n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2+12k+4 = 3(3k^2+4k+1)+1$ 이므로, n^2을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.
따라서, n^2+1을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다. ⋯ ㉡
그러므로 ㉠, ㉡에 의하여 모순이다.
따라서, $3m^2 - n^2 = 1$을 만족하는 m, n이 모두 정수인 해는 없다.

16. $0 < a < b,\ a + b = 1$일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

$1,\quad \sqrt{a}+\sqrt{b},\quad \sqrt{b}-\sqrt{a},\quad \sqrt{b-a}$

① $\sqrt{b}-\sqrt{a} < \sqrt{b-a}$　② $\sqrt{b}-\sqrt{a} < \sqrt{a}+\sqrt{b}$

③ $\sqrt{a}+\sqrt{b} < 1$　④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a}+\sqrt{b}$

해설

주어진 네 수는 모두 양수이므로 제곱의 대소 관계를 알아보자.

(i) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - 1^2 = a + 2\sqrt{ab} + b - 1$
$= 2\sqrt{ab} > 0$
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 > 1$
$\therefore\ \sqrt{a}+\sqrt{b} > 1$

(ii) $1^2 - (\sqrt{b-a})^2 = 1 - b + a$
$= (a+b) - b + a$
$= 2a > 0$
$\therefore\ 1 > \sqrt{b-a}$

(iii) $(\sqrt{b-a})^2 - (\sqrt{b}-\sqrt{a})^2$
$= b - a - (b - 2\sqrt{ab} + a)$
$= 2\sqrt{ab} - 2a$
$= 2\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{a}) > 0$
$\therefore\ \sqrt{b-a} > \sqrt{b}-\sqrt{a}$

(i), (ii), (iii)에서 $\sqrt{a}+\sqrt{b} > 1 > \sqrt{b-a} > \sqrt{b}-\sqrt{a}$

17. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x+1>0$	㉡ $x^2+xy+y^2 \geq 0$
㉢ $\lvert x\rvert+\lvert y\rvert \geq \lvert x-y\rvert$	㉣ $\lvert x+y\rvert \geq \lvert x-y\rvert$

① ㉠　② ㉠, ㉢　③ ㉠, ㉣
④ ㉡, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $x>-1$ 일 때만 성립한다.
㉡ $x^2+xy+y^2=\left(x+\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3}{4}y^2 \geq 0$
(단, 등호는 $x=y=0$ 일 때 성립)
㉢ $(\lvert x\rvert+\lvert y\rvert)^2-\lvert x-y\rvert^2$
$=\lvert x\rvert^2+2\lvert x\rvert\lvert y\rvert+\lvert y\rvert^2-(x-y)^2$
$=2(\lvert xy\rvert+xy) \geq 0$
$\therefore (\lvert x\rvert+\lvert y\rvert)^2 \geq \lvert x-y\rvert^2$
(단, 등호는 $xy \leq 0$ 일 때 성립)
㉣ (반례) $x=2, y=-3$ 일 때
$\lvert 2+(-3)\rvert=1, \lvert 2-(-3)\rvert=5$ 이므로
$\lvert x+y\rvert<\lvert x-y\rvert$
따라서 절대부등식이 아닌 것은 ㉠, ㉣ 이다.

18. 어느 학생이 x, y, z의 평균 A를 구하기 위하여 x, y의 평균 C를 먼저 구하고, C와 z의 평균 B를 구하였다. 다음 중 옳은 것은?
(단, $x < y < z$)

① $B = A$　　② $B < A$　　③ $B > A$
④ $B \le A$　　⑤ $B \ge A$

해설

$A = \dfrac{x+y+z}{3}$, $C = \dfrac{x+y}{2}$

$B = \dfrac{\dfrac{x+y}{2}+z}{2} = \dfrac{x+y+2z}{4}$,

$B - A = \dfrac{2z-x-y}{12} = \dfrac{(z-x)+(z-y)}{12} > 0$

$\therefore\ B > A$

19. $0 < x < 1,\ 0 < y < 1,\ 0 < z < 1$인 실수 $x,\ y,\ z$가 $x+y+z=2$를 만족시킬 때, $k = xy+yz+zx$가 가질 수 있는 값의 범위는?

① $1 < k \le \frac{4}{3}$　　② $1 \le k < \frac{4}{3}$　　③ $0 < k < 2$

④ $0 < k \le 2$　　⑤ $1 < k < 3$

해설

$x < 1,\ y < 1$에서 $1-x > 0,\ 1-y > 0$이므로 $(1-x)(1-y) > 0$
양변에 $x+y-1$을 더하고 좌변쪽을 음수로 묶어주면
$xy = (1-x)(1-y)-(1-x-y) > x+y-1$
마찬가지방법으로 $yz,\ zx$를 구하여 보면

$$\begin{cases} xy = (1-x)(1-y)-(1-x-y) > x+y-1 \\ yz = (1-y)(1-z)-(1-y-z) > y+z-1 \\ zx = (1-z)(1-x)-(1-z-x) > z+x-1 \end{cases} \quad \text{에서}$$

$xy+yz+zx > 2(x+y+z)-3 = 2\cdot 2-3 = 1$
또, $(x+y+z)^2 \ge 3(xy+yz+zx)$에서 ($\because\ x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx \ge 0$에서 양 변에 $3(xy+yz+zx)$를 더한다)
$4 \ge 3(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 1 < xy+yz+zx \le \frac{4}{3}$

20. 다음의 Ⅰ, Ⅱ에서 p가 q이기 위한 충분조건이면 1, 필요조건이면 3, 필요충분조건이면 7, 아무 조건도 아니면 0의 값을 주기로 하자.

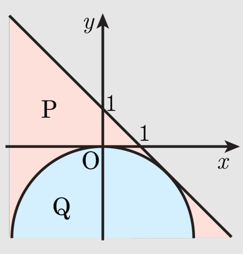
Ⅰ. p : $ab < 0$
　q : 두 부등식 $a > b$, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$이 동시에 성립한다.
Ⅱ. p : $a + b - 1 < 0$
　q: 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$이 허근을 갖는다.

a, b가 실수일 때, Ⅰ, Ⅱ에 주어지는 두 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



Ⅰ. q의 두 부등식이 동시에 성립하기 위해서는
$a - b > 0$이고 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0$
$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} > 0$에서 $ab < 0$이고
$a > b$이므로
$a > 0$, $b < 0$
역으로, $a > 0$, $b < 0$이면 $a > b$이고
$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
즉, 두 부등식이 동시에 성립하기 위한 필요충분조건은 $a > 0$, $b < 0$이다.
그런데 $ab < 0 \Leftrightarrow (a < 0,\ b > 0)$ 또는 $(a > 0,\ b < 0)$이므로
p는 q이기 위한 필요조건이다.
Ⅱ. 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$이 허근을 갖기 위한 필요충분조건은
$D = a^2 + 4b < 0$, $P = \{(a,\ b) | a + b - 1 < 0\}$
$\mathrm{Q} = \{(a,\ b) | a^2 + 4b < 0\}$라 놓고 두 집합을 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같다. 즉, $\mathrm{Q} \subset \mathrm{P}$
따라서, p는 q이기 위한 필요조건이다.
따라서, 구하는 두 값의 합은 6이다.