

1. A (4, 7), B (3, 2), C (5, 3), D (x, y)에 대하여 사각형 ABCD가 평행 사변형일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\left(\frac{4+5}{2}, \frac{7+3}{2}\right) = \left(\frac{x+3}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$$

$$\therefore x+3=9, y+2=10$$

$$\therefore x=6, y=8$$

2. 세 점 A(3, 2), B(-2, -3), C(a , b)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표 G(1, 1)일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$G\left(\frac{3+(-2)+a}{3}, \frac{2+(-3)+b}{3}\right) = G(1, 1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{3+(-2)+a}{3} = 1, 3+(-2)+a = 3, a = 2$$

$$\frac{2+(-3)+b}{3} = 1, 2+(-3)+b = 3, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6$$

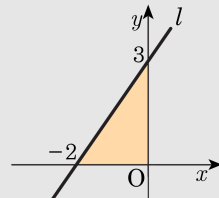
3. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

4. x 축에 접하고 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x-3)^2 + (y-12)^2 = 169$ ② $x^2 + (y-5)^2 = 169$
③ $x^2 + (y-5)^2 = 25$ ④ $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 169$
⑤ $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 25$

해설

구하는 원의 중심을 (a, b) 라고 하면
 x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$
이 원이 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나므로
 $(3-a)^2 + (1-b)^2 = b^2 \dots\dots ㉠$
 $(-4-a)^2 + (8-b)^2 = b^2 \dots\dots ㉡$
㉠ - ㉡에서
 $b = a + 5 \dots\dots ㉢$
㉢을 ㉠에 대입하면
 $a^2 - 8a = a(a-8) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 8$
㉢에서 $a = 0$ 일 때 $b = 5$, $a = 8$ 일 때 $b = 13$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + (y-5)^2 = 5^2$
또는 $(x-8)^2 + (y-13)^2 = 13^2$

5. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

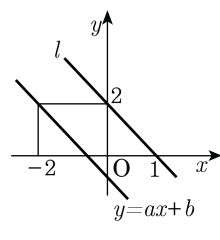
⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

6. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은 ?

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0



해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
 구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.
 $y - 2 = -2(x + 2)$, $y = -2x - 2$
 $y = -2x - 2$, $a = -2$, $b = -2$ 이므로,
 $\therefore a + b = -4$

7. 두 직선 $3x - 4y + 1 = 0, 3x - 4y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x - 4y + 1 = 0$ 의 $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

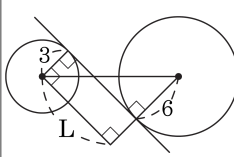
$$\therefore \frac{\left|3 \times 0 + (-4) \times \frac{1}{4} - 4\right|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

8. 두 원 $x^2 + y^2 = 36$, $(x - 12)^2 + y^2 = 9$ 의 공통내접선의 길이는?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

두 원의 중심 사이의 거리는 12
 내접선의 길이를 L 이라 하면,
 $L^2 = 12^2 - 9^2$
 $\therefore L = 3\sqrt{7}$



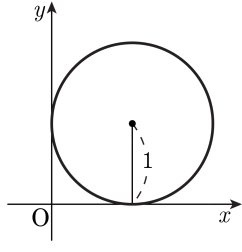
9. 직선 $y = -3x + 12$ 와 원 $x^2 + (y - 2)^2 = 20$ 의 교점의 좌표를 구하면?

- ① $(1, 2), (3, 5)$ ② $(2, 6), (4, 0)$ ③ $(3, 5), (3, 4)$
④ $(4, 6), (2, 3)$ ⑤ $(5, 5), (3, 3)$

해설

$y = -3x + 12 \dots\dots\dots \textcircled{1}$
 $x^2 + (y - 2)^2 = 20 \dots\dots\dots \textcircled{2}$ 에서
 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $x^2 + (-3x + 10)^2 = 20, x^2 - 6x + 8 = 0,$
 $(x - 2)(x - 4) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 4$
이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $x = 2$ 일 때 $y = 6,$
 $x = 4$ 일 때 $y = 0$ 이므로
구하는 교점의 좌표는 $(2, 6), (4, 0)$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원이 x 축, y 축에 동시에 접하고 있다. 이 원 위의 점 (x, y) 에 대하여 $\frac{y+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{y+2}{x+1} = k$ 라 하면 직선 $y+2 = k(x+1)$ 은

k 값에 관계없이 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.

이 때, 기울기 k 는 직선이 원에 접할 때 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$$\frac{|k-1+k-2|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$$

$$|2k-3| = \sqrt{k^2+1}$$

$$4k^2 - 12k + 9 = k^2 + 1$$

$$3k^2 - 12k + 8 = 0$$

최댓값과 최솟값은 이 방정식의 해이므로

근과 계수와의 관계에 의해 합은 4이다.

11. 점 $(2, 3)$ 을 점 $(1, 5)$ 로 옮기는 평행이동 T 에 의하여 직선 $y = ax + b$ 가 직선 $y = 3x - 2$ 로 옮겨질 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -21

해설

평행이동 T 에 의하여 점 $(2, 3)$ 이 점 $(1, 5)$ 로 옮겨지므로
 $T : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라고 하면,

$(2, 3) \xrightarrow{T} (1, 5)$ 에서

$$2 + m = 1, 3 + n = 5 \quad \therefore m = -1, n = 2$$

$$\therefore T : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$$

따라서, T 는 x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 평행이동이다.

한편, 평행이동 T 에 의하여 직선 $y = ax + b$ 가

옮겨지는 직선의 방정식은

$$y - 2 = a(x + 1) + b$$

$$\therefore y = ax + a + b + 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 이 $y = 3x - 2$ 와 같아야 하므로

$$a = 3, a + b + 2 = -2$$

$$\therefore a = 3, b = -7 \quad \therefore ab = -21$$

12. 점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음, $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

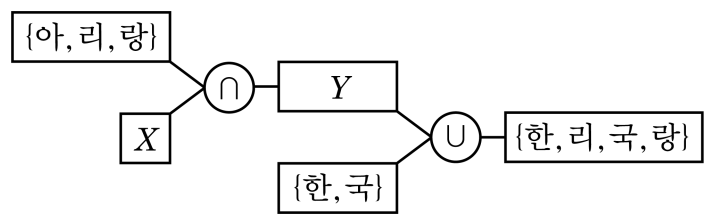
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$
(x 축으로 4만큼 평행이동)
 $(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$
($y = x$ 에 대칭이동)
($a-2, a$) 와 원점 사이의 거리는
 $\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$
 $2a^2 - 4a + 4 = 4,$
 $\therefore a = 2 \quad (\because a \neq 0)$
처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a = 2$ 를 대입하면
구하는 점의 좌표 $(p, q) = (-2, 0)$
 $\therefore p^2 + q^2 = 4$

13. 두 집합 X, Y 의 교집합과 합집합을 다음 그림과 같이 나타내기로 한다. 이때, 만족하는 집합 Y 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : {리, 랑}

해설

$Y \cup \{\text{한, 국}\} = \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이므로 $\{\text{리, 랑}\} \subset Y \subset \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이다.
또, $\{\text{아, 리, 랑}\} \cap X = Y$ 이므로 $Y \subset \{\text{아, 리, 랑}\}$ 이다.
따라서 $Y = \{\text{리, 랑}\}$ 이다.

14. 함수 f 가 임의의 양의 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$, $f(2) = 1$ 일 때, $f(8) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은 얼마인가?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f(8) &= f(4 \cdot 2) = f(4) + f(2) \\ &= f(2 \cdot 2) + f(2) \\ &= f(2) + f(2) + f(2) \\ &= 3f(2) = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= f\left(4 \cdot \frac{1}{2}\right) \\ &= f(4) + f\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= f(2 \cdot 2) + f\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= f(2) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = -f(2) = -1$$

$$\text{따라서 } f(8) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 + (-1) = 2$$

15. 세 직선 $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 3y = -4 \\ ax + y = 0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a

의 값을 구하면?

- ① $a = 2$ 또는 $a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = -\frac{2}{3}$
- ② $a = 2$ 또는 $a = -\frac{1}{2}$ 또는 $a = -\frac{2}{3}$
- ③ $a = 2$ 또는 $a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = \frac{2}{3}$
- ④ $a = -2$ 또는 $a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = -\frac{2}{3}$
- ⑤ $a = -2$ 또는 $a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x - 3y = -4 & \cdots \textcircled{B} \\ ax + y = 0 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(1, 2)$ 이다.

(i) $\textcircled{C}$ 이 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, $a + 2 = 0$ 에서 $a = -2$

(ii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{A}$ 과 평행할 때, $a = \frac{1}{2}$

(iii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{B}$ 과 평행할 때, $a = -\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$$a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{또는 } a = -\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

16. 두 원 $(x-a)^2 + y^2 = 4$, $x^2 + (y-b)^2 = 9$ 가 서로 외접할 때, 점 (a, b) 가 그리는 도형에 대한 설명 중 옳은 것은?
- ① 이 도형에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이는 12이다.
 - ② 이 도형에 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이는 $6\sqrt{3}$ 이다.
 - ③ 두 종류의 두형이 나타난다.
 - ④ 이 도형의 길이는 10π 이다.
 - ⑤ 원점을 지나는 원이다.

해설

두 원이 서로 외접할 조건은 두 원의 중심을 연결한 선분의 길이가 두 원의 반지름들의 합과 같으면 된다.

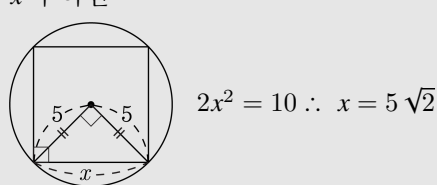
원 $(x-a)^2 + y^2 = 4$ 에서 중심은 $(a, 0)$, 반지름은 2이고, 원 $x^2 + (y-b)^2 = 9$ 에서 중심은 $(0, b)$, 반지름은 3이다.

따라서, $(a, 0)$ 과 $(0, b)$ 사이의 거리가 5가 되므로 $\sqrt{a^2 + b^2} = 5$
 $\therefore a^2 + b^2 = 25$

그러므로 구하려는 자취는 $x^2 + y^2 = 25$

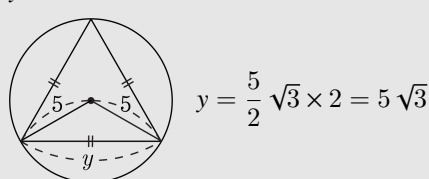
① 내접하는 정사각형의 한 변의 길이를

x 라 하면



② 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이를

y 라 하면



$\therefore y = 5\sqrt{3}$ 이다.

17. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y = 7$ 의 공통현의 길이를 구하면?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + y^2 = 1$ 은 중심이 원점이고 반지름이 1인 원이다.
 $x^2 + y^2 - 6x - 6y = 7$ 은 중심이 (3, 3)이고 반지름이 5인 원이다.
공통현의 방정식은
 $(x^2 + y^2 - 1) - (x^2 + y^2 - 6x - 6y - 7) = 0$
 $\therefore x + y + 1 = 0$
이때, $x^2 + y^2 = 1$ 의 원과 $x + y + 1 = 0$ 의 교점을 구하면
(0, -1), (-1, 0)에서 접하여 공통현의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.

18. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면 $P \cup Q = P, P \cap R = \emptyset$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $p \rightarrow \sim r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $q \rightarrow r$
- ④ $q \rightarrow \sim r$
- ⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

$$P \cup Q = P \Rightarrow Q \subset P \Rightarrow q \rightarrow p \Leftrightarrow \sim p \rightarrow \sim q$$
$$P \cap R = \emptyset \Rightarrow p \rightarrow \sim r \Leftrightarrow r \rightarrow \sim p \quad q \rightarrow p, p \rightarrow \sim r \text{ 이므로 } q \rightarrow \sim r$$

19. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1280)$ 의 값은 얼마인가?

(i) $f(2x) = f(x) \ (x = 1, 2, 3, \dots)$
(ii) $f(2x + 1) = 2^x \ (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$1280 = 2^8 \cdot 5 \text{ 이므로,}$$
$$f(2^8 \cdot 5) = f(2^7 \cdot 5) = f(2^6 \cdot 5) = \cdots = f(5)$$
$$= f(2 \cdot 2 + 1) \text{ 이므로,}$$
$$f(2 \cdot 2 + 1) = 2^2 = 4$$

20. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① -1 ② $-\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

해설

함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프의 교점과 같다.

$y = x^2 - 4x + 6$ 과 $y = x$ 를 연립하면

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 2, y = 2 \text{ 또는 } x = 3, y = 3$$

즉, 두 교점은 점 $(2, 2), (3, 3)$ 이다.

따라서, 구하는 두 교점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

21. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 8, a \times 3, 2, b + 3, c, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값과 최솟값의 차이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 8, 12, a \times 3, b + 3, c\}$ 이므로,
 $a \times 3, b + 3, c$ 는 각각 4, 6, 24 중 하나여야 한다.
 $a \times 3 = 4$ 일 때 a 값이 최소가 되고, $a \times 3 = 24$ 일 때 a 값이
최대가 되지만, $a \times 3 = 4$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로
부적합하다.
따라서 a 값이 최소일 때는 $a \times 3 = 6$ 일 때이다.
최댓값 : $a = 8$
최솟값 : $a = 2$
따라서 $8 - 2 = 6$

22. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 소수를 n 개 포함하는 집합의 개수를 x_n 이라 할 때, $x_1 + x_2 + x_3$ 의 값을 구하면?

- ① 26
- ② 27
- ③ 28
- ④ 29
- ⑤ 30

해설

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 소수는 2, 3, 5
소수 1개 포함하는 부분집합: $2^2 \times 3 = 12$
소수 2개 포함하는 부분집합: $2^2 \times 3 = 12$
소수 3개 포함하는 부분집합: $2^2 = 4$
 $\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 28$

해설

구하는 것은 적어도 소수 1개를 원소로 하는 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^5 - 2^2 = 28$

23. 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 약수, } n \text{은 자연수}\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 찾아라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$
위의 식을 보면,
 $A_n \subset A_6$ 이므로,
6 의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은 1, 2, 3, 6

24. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 32, n(B) = 20, n(C) = 15,$
 $n(A \cap B) = x, n(B \cap C) = 0, n(A \cap C) = 10, n(A - B) = 22$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C)$ 의 값은?

① 41

② 43

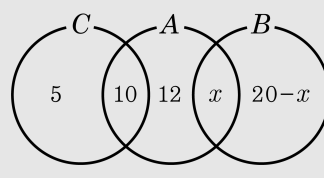
③ 45

④ 47

⑤ 49

해설

벤다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.
 그러므로 $n(A \cup B \cup C) = 5 + 10 + 12 + x + 20 - x = 47$



25. p, q 가 실수일 때, 다음 중 부등식 $p < q$ 가 성립할 필요충분조건은?

- ① $\{x|x \leq p\} \cap \{x|x > q\} = \emptyset$
- ② $\{x|x \geq p\} \cap \{x|x \leq q\} \neq \emptyset$
- ③ $\{x|x < p\} \subset \{x|x < q\}$
- ④ $\{x|x < p\} \subset \{x|x \leq q\}$
- ⑤ $\{x|x \leq p\} \subset \{x|x < q\}$

해설

- ① $p < q \Rightarrow \{x|x \leq p\} \cap \{x|x > q\} = \emptyset$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ② $p < q \Rightarrow \{x|x \geq p\} \cap \{x|x \leq q\} \neq \emptyset$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ③ $p < q \Rightarrow \{x|x < p\} \subset \{x|x < p\}$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ④ $p < q \Rightarrow \{x|x < p\} \subset \{x|x \leq q\}$
(반례) $p = q \therefore$ 충분조건
- ⑤ $p < q \Rightarrow \{x|x \leq p\} \subset \{x|x < q\}$
 $\therefore$ 필요충분조건