1. 영희는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점 ② 83 점 ③ 85 점 ④ 87 점 ⑤ 89 점

해설

1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a, b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$\dfrac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$

$\dfrac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b)+x = 255, \quad 168+x = 255 \quad \therefore x = 87$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

2. 다음은 다섯 명의 학생 A, B, C, D, E 가 5 일 동안 받은 문자의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 큰 사람은 누구인가?

	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
A	2	5	2	5	2
B	3	6	3	6	4
C	10	2	1	11	3
D	8	8	8	8	9
E	5	6	7	8	9

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 표준편차가 가장 큰 학생은 C 이다.

3. 성적이 가장 고른 학급은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

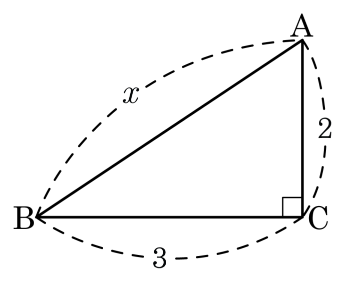
학급	A	B	C	D	E
평균(점)	7	8	6	7	6
표준편차(점)	1	2	1.5	2.4	0.4

① A　② B　③ C　④ D　⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 E이다.

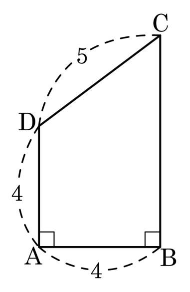
4. 다음 그림의 직각삼각형에서 빗변 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $\sqrt{13}$ ④ 4 ⑤ 13

해설
$\overline{AB} = x = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

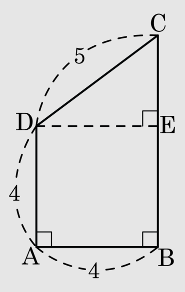
5. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



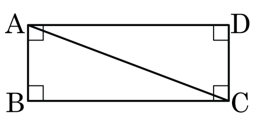
① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
$\triangle$DEC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



6. 다음 그림과 같은 직사각형에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

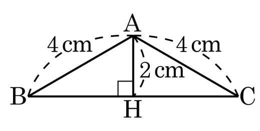


① $\sqrt{7}$　② $\sqrt{14}$　③ $\sqrt{21}$　④ $2\sqrt{7}$　⑤ $\sqrt{35}$

해설

피타고라스 정리에 따라서
$(4\sqrt{2})^2 = 2^2 + x^2$
$x^2 = 32 - 4 = 28$
x 는 변의 길이이므로 $x > 0$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

7. 다음 그림의 $\overline{AB}=\overline{AC}=4\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{AH}=2\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?

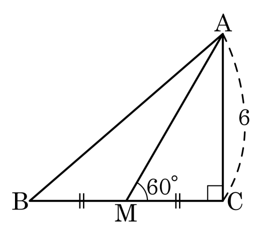


① $5\sqrt{3}\,\text{cm}$　② $4\sqrt{3}\,\text{cm}$　③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$
④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{BH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})\ \therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{19}$
④ $4\sqrt{17}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

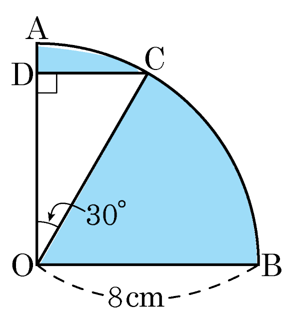
해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : 6$

$\therefore\ \overline{CM} = 2\sqrt{3}$

$x = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 사분원에서 $\angle COA = 30°$ 이고 $\overline{CD} \perp \overline{OA}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는 ?



① $(15\pi - 7\sqrt{3})\text{cm}^2$
② $(15\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$
③ $(15\pi - 9\sqrt{3})\text{cm}^2$
④ $(16\pi - 7\sqrt{3})\text{cm}^2$
⑤ $(16\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설

사분원의 넓이 $= 8^2\pi \times \dfrac{1}{4} = 16\pi(\text{cm}^2)$

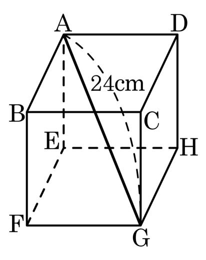
$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OC} : \overline{DC} : \overline{DO} = 2 : 1 : \sqrt{3}$

$\overline{OD} = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$

$\triangle ODC = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$

색칠한 부분의 넓이 $= (16\pi - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

10. 다음 그림의 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ cm

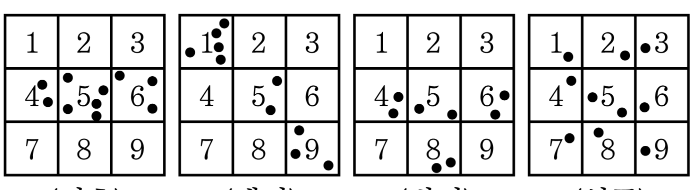
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{3}a = 24$

$\therefore\ a = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

11. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.


〈정호〉 〈제기〉 〈범진〉 〈성규〉

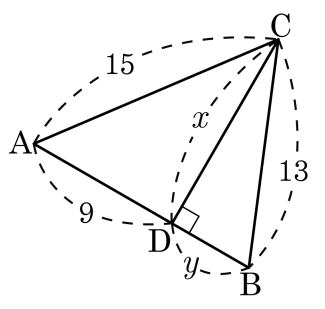
▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

12. 다음은 $\overline{AB}\perp\overline{CD}$ 인 삼각형 $\triangle ABC$ 이다. $2x-y$ 의 값을 구하면?



① 18　　② 19　　③ 20　　④ 21　　⑤ 22

해설

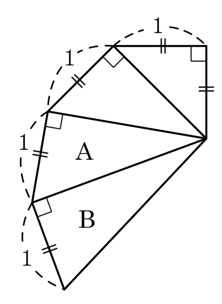
$\triangle ADC$ 가 직각삼각형이므로

$x = \sqrt{15^2-9^2} = \sqrt{144} = 12$

$y = \sqrt{13^2-12^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore 2x-y = 2\times12-5 = 19$

13. 다음 그림에서 삼각형 A 와 B 의 둘레의 길이의 차는?



① 1　　② $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

③ $2-\sqrt{3}$　　④ $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{5}$

해설

삼각형 A 의 둘레의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2+1^2}+1+\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2}$

$=\sqrt{3}+1+2=3+\sqrt{3}$이다.

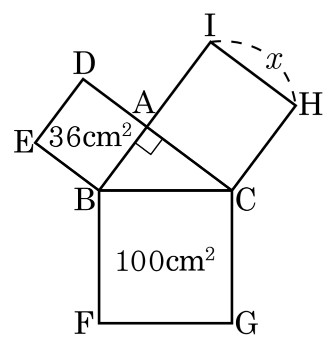
삼각형 B 의 둘레의 길이는

$\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2}+1+\sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2}$

$=2+1+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$이다.

따라서 차는 $3+\sqrt{5}-(3+\sqrt{3})=\sqrt{5}-\sqrt{3}$이다.

14. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값은?

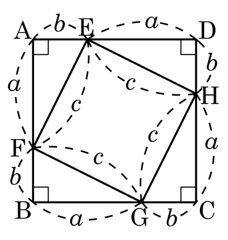


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$\square$BFGC $= \square$EBAD $+ \square$IACH,
$\square$IACH $= 100\,\text{cm}^2 - 36\,\text{cm}^2 = 64\,\text{cm}^2$,
$x^2 = 64\,\text{cm}^2$, $x = 8\,\text{cm}$.

15. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle \mathrm{EHG} = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

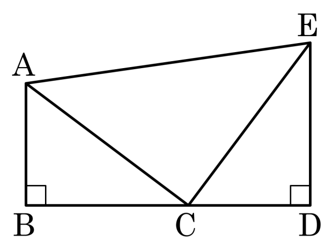
④ $\triangle \mathrm{BGF} \equiv \triangle \mathrm{CHG}$

⑤ $\angle \mathrm{FEA} + \angle \mathrm{GHC} = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

16. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle \mathrm{CAE}$ 의 크기는?



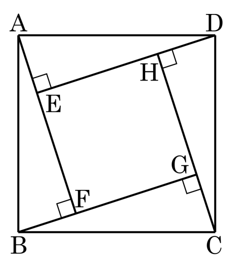
① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $35°$

해설

$\triangle \mathrm{ABC} \equiv \triangle \mathrm{CDE}$ 이므로 $\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ECD}$, $\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{CED}$, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
그리고 $\angle \mathrm{BAC} + \angle \mathrm{ACB} = 90°$ 이므로

$\angle \mathrm{ECD} + \angle \mathrm{ACB} = 90°$ 이다.
따라서 $\angle \mathrm{ECD} + \angle \mathrm{ACE} + \angle \mathrm{ACB} = 180°$ 이므로 $\angle \mathrm{ACE} = 90°$ 이다.
또, $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이므로 $\triangle \mathrm{ACE}$ 는 직각이등변삼각형이다.
따라서 $\angle \mathrm{CAE} = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

17. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, 사각형 ABCD 와 EFGH 의 넓이는 각각 169 cm^2, 16 cm^2 이다. 이 때, 두 사각형의 둘레의 길이의 차는?



① 36 cm ② 32 cm ③ 28 cm ④ 25 cm ⑤ 24 cm

해설

사각형 ABCD 와 EFGH 는 정사각형이므로
사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{169} = 13(\mathrm{cm})$ 이고,
사각형 EFGH 의 한 변의 길이는 $\sqrt{16} = 4(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $13 \times 4 - 4 \times 4 = 36(\mathrm{cm})$ 이다.

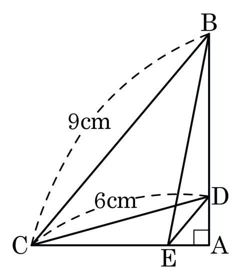
18. 다음 중 직각삼각형인 것은? (단, $n>1$ 이다.)

① $4n$, $7n$, $9n$
② $4n$, $5n$, $6n$
③ $10n$, $11n$, $12n$
④ n^2-1 , $2n$, n^2+1
⑤ n^2-1 , n , n^2+1

해설

④ $(n^2+1)^2=n^4+2n^2+1$, $(n^2-1)^2+(2n)^2=n^4+2n^2+1$
따라서 직각삼각형이다.

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,cm$, $\overline{BC} = 9\,cm$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

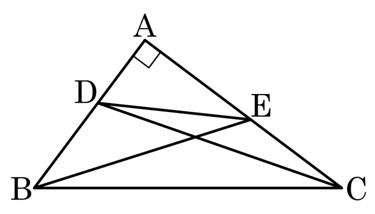
해설

$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\}$,

$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$

$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$

20. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 2$ 이고 $\overline{BE} = 2\sqrt{3}$, $\overline{CD} = 4$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

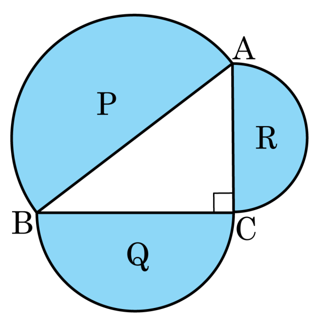


① $\frac{\sqrt{6}}{2}$　② $\sqrt{6}$　③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$　④ $2\sqrt{6}$　⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

해설

$2^2 + \overline{BC}^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2$ 이므로 $\overline{BC}^2 = 24$
$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{6}$

21. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설
작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

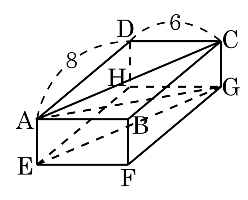
22. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$　② $(0, -4)$　③ $(0, -3)$
④ $(0, -2)$　⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$
$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$
$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$
$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$
$-4p = 20$
$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

23. 직육면체 ABCD – EFGH 의 대각선 AG 의 길이가 $\sqrt{109}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 8$, $\overline{\mathrm{CD}} = 6$ 일 때, □AEGC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

직육면체의 높이 $\overline{\mathrm{CG}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2} = \sqrt{109}$

$x^2 = 9 \qquad \therefore\ x = 3$

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{EG}} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$\therefore$ □AEGC 의 넓이는 $3 \times 10 = 30$ 이다.

24. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이고 대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 일 때, 이 직육면체의 부피를 구하여라.

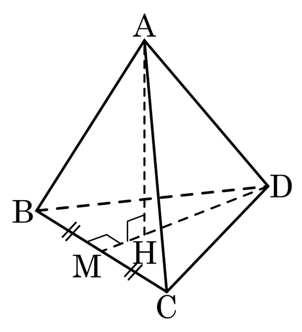
▶ 답 :

▷ 정답 : $54\sqrt{2}$

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2} : 2$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $\sqrt{2}k$, $2k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $3\sqrt{7}$ 이므로
$\sqrt{k^2 + (\sqrt{2}k)^2 + (2k)^2} = 3\sqrt{7}$
$7k^2 = 63$, $k^2 = 9$, $k > 0$ 이므로 $k = 3$
따라서 세 변의 길이는 3, $3\sqrt{2}$, 6 이다.
따라서 이 직육면체의 부피는 $3 \times 3\sqrt{2} \times 6 = 54\sqrt{2}$ 이다.

25. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}cm^2$　② $13\sqrt{2}cm^2$　③ $14\sqrt{2}cm^2$
④ $15\sqrt{2}cm^2$　⑤ $16\sqrt{2}cm^2$

해설

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(cm)$

$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(cm)$

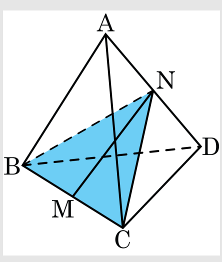
$(\therefore\ \triangle AMH$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

26. 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 두 모서리의 중점을 연결한 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설



다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 중 꼬인 위치에 있는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 N, M 이라 하면

$\triangle NBC$ 는 $\overline{NB} = \overline{NC}$ 인 이등변삼각형이므로

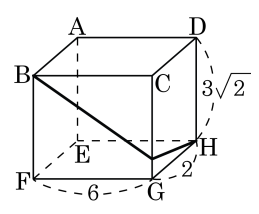
$\angle NMC = 90°$ 이다.

따라서 $\overline{CN}$ 과 $\overline{BN}$ 은 각각 정삼각형 ACD 와 ABD 의 높이이므로

$\overline{NC} = \overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고

$\overline{BM} = 3$ 이므로 $\overline{MN} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

27. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 2, $3\sqrt{2}$, 6 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{\mathrm{CG}}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



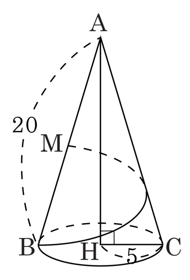
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$(\text{최단거리}) = \overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\overline{\mathrm{BF}}^2 + \left(\overline{\mathrm{FG}} + \overline{\mathrm{GH}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{82}$$

28. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20 이고, 밑면의 반지름의 길이가 5 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 로부터 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 점 M 으로 갈 때, 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

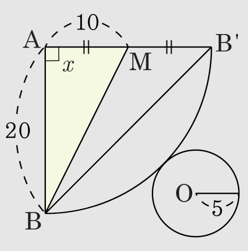
▷ 정답 : $10\sqrt{5}$

해설

전개도를 그려, 부채꼴의 중심각을 x 라 하면,

$2\pi \times 20 \times \dfrac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 5 \quad \therefore\ x = 90^\circ$

최단거리 $\overline{MB} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$



29. 세 수 a, b, c 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=7$$

$\therefore a+b+c=21 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=4$$

$$\frac{a^2-14a+49+b^2-14b+49+c^2-14c+49}{3}=4$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147}{3}=4$$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+135=0$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14(a+b+c)-135 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14\times 21-135=159 \quad \cdots\cdots ㉢$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$ab+bc+ca=141$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\therefore\ \frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{141}{3}=47$$

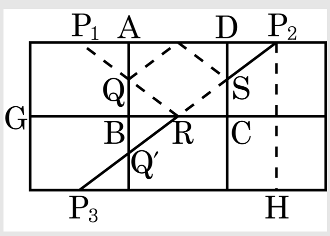
30. 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$

$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$

다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q' 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H}^2 + \overline{P_2H}^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 12$ 이다.