

1. 다음 그림에서 $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이다. 다음 빈칸에 적합한 수를 채워라.(단, 기약분수 형태로 써라).

A

C

B

$\overline{AC} = ($

$)\overline{AB},$

$\overline{BC} = ($

$)\overline{AB},$

$\overline{AC} = ($

$)\overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{5}\overline{AB}$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{AB} = 2 : 5$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{2}{5}\overline{AB}$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{2}\overline{BC}$ 이다.

2. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
 ④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

3. 두 원 $x^2 - 2x + y^2 + 3 = 0$ 과 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$ 에 대하여 공통현의 방정식을 구하면?

① $2x - y - 3 = 0$

② $2x - 2y + 3 = 0$

③ $2x - 2y - 3 = 0$

④ $2x + 2y - 3 = 0$

⑤ $2x + 2y + 3 = 0$

해설

$$\begin{aligned}(x^2 - 2x + y^2 + 3) - (x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3) &= 0 \\ -4x + 4y + 6 &= 0 \\ \therefore 2x - 2y - 3 &= 0\end{aligned}$$

4. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

5. 다음 중 $A \subset B$ 인 관계인 것은?

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 5, 7, 9\}$
③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{1, 2, 4\}$
④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
⑤ $A = \{1, 3, 5, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$

해설

- ① $A \subset B$
② $B \subset A$
③ $B \subset A$
④ $B \subset A$
⑤ 포함 관계가 없다.

6. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

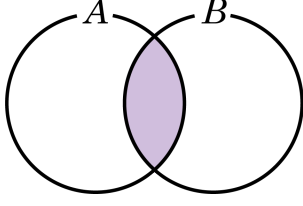
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

7. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

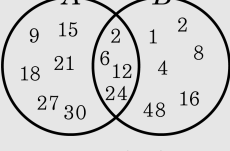
해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은

$3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

8. 명제「 $p \rightarrow \sim q$ 」가 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제가 참이므로 대우「 $q \rightarrow \sim p$ 」도 참이다.

9. 점 $(2, 1)$ 에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, H의 좌표는?

① $H(3, 0)$

② $H(0, 3)$

③ $H(0, -3)$

④ $H(-3, 0)$

⑤ $H(0, 0)$

해설

점 $P(2, 1)$ 을 지나고
직선 $x - y + 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에
수직인 직선 l 의 기울기는 -1 이므로,
 $l : y - 1 = -1 \cdot (x - 2)$,
즉 $l : x + y - 3 = 0 \cdots \textcircled{2}$
점 H는 직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 l 의 교점이므로,
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $x = 0, y = 3$
 $\therefore H(0, 3)$

10. 점 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$ 를 잇는 선분 OA 의 수직이등분선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라고 할 때, $m^2 + n^2$ 의값을 구하면?

① 20

② 29

③ 30

④ 39

⑤ 49

해설

수직이등분선은 $\overline{OA}$ 기울기에 수직하고 $\overline{OA}$ 의 중점은 수직이등분선 위에 있다.

i) $\overline{OA}$ 의 기울기 : $\frac{1}{2}$

수직이등분선의 기울기 : -2

ii) $\overline{OA}$ 의 중점 : $(2, 1)$

$$\therefore y = -2(x - 2) + 1 = -2x + 5$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 = 29$$

11. 원 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ 을 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 5 만큼 평행이동 했을 때, 이 원의 중심의 좌표를 (a,b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=6$

해설

원의 중심 $(1,-2)$ 를 x 축으로 2, y 축으로 5평행 이동시키면, $(1,-2) \rightarrow (3,3)$
 $\therefore a=3, b=3, a+b=6$

12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 두 조건을 만족시키는 집합 X 는 모두 몇 개인가?

- (1) $(A \cap B) \cup X = X$
(2) $(A \cup B) \cap X = X$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

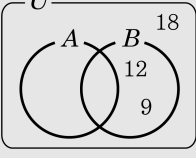
해설

(1) 과 (2) 에서 $(A \cap B) \subset X$, $X \subset (A \cup B)$ 이므로
 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$
 $\therefore \{4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
따라서 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 부분집합이다.
 $\therefore$ (집합 X 의 개수) $= 2^4 = 16$ (개)

13. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3\text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \{9, 12\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{18\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{3, 6, 9\}$ ② $\{3, 6, 12\}$ ③ $\{3, 6, 15\}$
④ $\{6, 12, 15\}$ ⑤ $\{12, 15, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으
로 $A = \{3, 6, 15\}$ 이다.



14. 전체집합 U 의 부분집합을 A 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하지 않는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(A^c)^c = A$

② $A \cup A^c = U$

③ $A \cap A^c = A$

④ $U^c = A$

⑤ $\emptyset^c = U$

해설

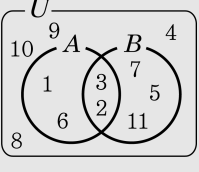
③ $A \cap A^c = \emptyset$

④ $U^c = \emptyset$

15. 전체 집합 $U = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 자연수}\}$ 라 하고 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?
- ① $\{4, 8\}$ ② $\{4, 9\}$ ③ $\{4, 8, 9\}$
④ $\{4, 8, 10\}$ ⑤ $\{4, 8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$
 $= (\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\})^c$
 $= \{4, 8, 9, 10\}$ 이다.



16. 우리 반 학생 56명 중에서 제주도에 가 본 학생이 35명, 일본에 가 본 학생이 21명, 제주도에도 일본에도 가 보지 못한 학생이 8명일 때, 제주도와 일본에 모두 가 본 학생을 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 8 명

해설

제주도에 가 본 학생을 집합 A 라 하고, 일본에 가 본 학생을 집합 B 라 하자.

제주도에도 일본에도 가 보지 못한 학생이 8 명이므로 $n(A \cup B) = 56 - 8 = 48$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 35 + 21 - x$$

$x = 8$ 이다.

그러므로 제주도와 일본에 모두 가 본 학생, 즉 $n(A \cap B) = 8$

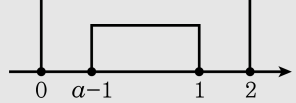
17. $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a-1 \leq x \leq 1$ 이고, 필요조건이 $b+3 \leq x \leq 3$ 이다. a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $m+M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m+M = -2$

해설

$0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a-1 \leq x \leq 1$ 이므로
 $\{x \mid a-1 \leq x \leq 1\} \subset \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$



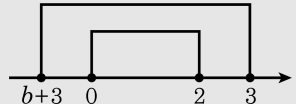
위의 그림에서 $0 \leq a-1 \leq 1$

$\therefore 1 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{㉠}$

또, $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 필요조건이

$b+3 \leq x \leq 3$ 이므로

$\{x \mid 0 \leq x \leq 2\} \subset \{x \mid b+3 \leq x \leq 3\}$



위의 그림에서 $b+3 \leq 0$

$\therefore b \leq -3 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ 에서 a 의 최솟값 $m = 1$,

$\textcircled{㉡}$ 에서 b 의 최댓값 $M = -3$

$\therefore m+M = 1 + (-3) = -2$

18. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 0), B(1, 0) 으로부터의 거리의 비가 2 : 1 이 되도록 움직이는 점 P 가 있다. 이때, ΔPAB 의 넓이가 자연수가 되는 점의 개수는?

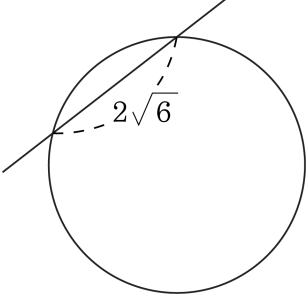
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 P 의 좌표를 P(x,y) 라 하면
 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{AP} = 2\overline{BP}$
 $\therefore \overline{AP}^2 = 4\overline{BP}^2$
 $(x+1)^2 + y^2 = 4\{(x-1)^2 + y^2\}$
 $3x^2 + 3y^2 - 10x + 3 = 0$
 $\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{16}{9}$

이때, ΔPAB 의 넓이는 밑변 AB 가 고정되어 있으므로 높이에 따라 변하게 된다.
즉, 높이가 반지름의 길이와 같을 때, 넓이가 최대이며 ΔPAB 의 넓이의 최댓값은 $\frac{4}{3}$ 이므로,
넓이가 자연수 1 이 되는 점은 4 개다.

19. 원 $x^2 + y^2 = 16$ 이 직선 $l : ax - y - 5(a - 1) = 0$ 에 의하여 잘린 현의 길이가 $2\sqrt{6}$ 일 때, 정수 a 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

원의 중심에서 직선까지 거리
 $\sqrt{4^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}$
 $ax - y - 5(a - 1) = 0$ 에서
 $\frac{|-5(a - 1)|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$
 $25(a - 1)^2 = 10(a^2 + 1), 15a^2 - 50a + 15 = 0$
 $3a^2 - 10a + 3 = 0$
 $(3a - 1)(a - 3) = 0$
 $\therefore a = 3$

20. $f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = 4-2x$ 일 때, $(f \circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\frac{2x-1}{3} = t$ 로 놓으면

$2x-1 = 3t$ 이므로 $x = \frac{3t+1}{2}$

$f(t) = 4 - 2 \cdot \frac{3t+1}{2} = -3t + 3$

$\therefore (f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(-3) = 12$

21. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 $(f \circ g)(x) = 2x - 3, h(x) = 2x + 1$ 을 만족할 때, $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(f \circ g)^{-1}(3) = a \text{ 로 놓으면 } (f \circ g)(a) = 3$$

$$2a - 3 = 3 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(3) = 3$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = (h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1})(3) = h^{-1}((f \circ g)^{-1}(3)) = h^{-1}(3)$$

$$h^{-1}(3) = b \text{ 놓으면 } h(b) = 3$$

$$2b + 1 = 3$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = h^{-1}(3) = 1$$

22. 양의 실수의 집합을 R^* 라 할 때 R^* 에서 R^* 로의 함수 f, g 가 $f(x) = x^2 + x$, $f(x)g(x) = x + 2$ 를 만족할 때 $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값은 ?

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$$f^{-1}(2) = c \text{ 라 하면 } f(c) = 2 \rightarrow c^2 + c = 2$$

$$c^2 + c - 2 = 0 \Leftrightarrow (c - 1)(c + 2) = 0$$

$$c > 0 \text{ 이므로 } c = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$f(x)g(x) = x + 2 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입하면}$$

$$f(1)g(1) = 3$$

$$(1^2 + 1)g(1) = 3$$

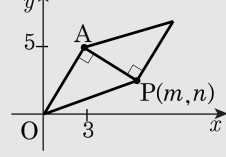
$$\therefore g(1) = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore (g \circ f^{-1})(2) &= g\{f^{-1}(2)\} \\ &= g(1) = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

23. O 를 원점으로 하는 평면위의 점 $A(3, 5)$ 와 점 $P(m, n)$ 가 있다. 이 때 $\overline{OA}, \overline{OP}$ 를 두 변으로 하는 평행사변형 넓이의 최솟값을 p , 그 때의 점 P 의 개수를 q 라 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하면?
(단, m, n 은 정수이고 $0 < m < 10$ 이다.)

① 10 ② 17 ③ 26 ④ 29 ⑤ 37

해설



평행사변형의 넓이 $= \overline{OA} \times (\text{점 } P \text{에서 직선 } OA \text{까지의 거리})$

$$\overline{OA} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

$$\text{거리 } d = \frac{|5m - 3n|}{\sqrt{34}}$$

$$(\because \text{직선 } OA : y = \frac{5}{3}x)$$

$$\therefore \text{ 넓이} = \sqrt{34} \cdot \frac{|5m - 3n|}{\sqrt{34}} = |5m - 3n|$$

m, n 이 정수이고 정수의 차는 정수이므로

$|5m - 3n| = 1$ 이 될 때 넓이가 최소이다.

$$\therefore p = 1$$

$|5m - 3n| = 1$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (m, n) 을 구하면

$\cdots (-2, -3), (-1, -2), (1, 2), (2, 3),$

$(4, 7), (5, 8), (7, 12), (8, 13), (10, 17) \cdots$ 등이다.

$$\therefore q = 6, p^2 + q^2 = 37$$

24. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이 두 점 A(0, 5) 와 B(8, 1) 을 지난다. 이 때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는? (단, $0 \leq a \leq 8$)

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

주어진 원이 x 축에 접하므로 그 방정식은
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$
 $\therefore x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 = 0$
이 원이 두 점 A(0, 5), B(8, 1) 을 지나므로
 $a^2 - 10b + 25 = 0, a^2 - 16a - 2b + 65 = 0$
두 식을 연립하면
 $4a^2 - 80a + 300 = 0, 4(a-5)(a-15) = 0$
그런데
 $0 \leq a \leq 8$ 이므로 $a = 5, b = 5$ 이다.
이 때, 직선 AB 의 방정식은
 $y - 5 = \frac{1-5}{8-0}(x-0)$
 $\therefore x + 2y - 10 = 0$
따라서 원의 중심 (5, 5) 와 직선 AB 사이의 거리 d 는
 $d = \frac{|5 + 2 \cdot 5 - 10|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$

25. 네명의 피의자가 검사에게 다음과 같이 진술하였을때 한 사람의 진술만이 참일 경우의 범인과 한 사람의 진술만이 거짓일 경우의 범인을 차례대로 구하면 ?

A : ‘나는 범인이 아니다.’
B : ‘D가 범인이다.’
C : ‘D는 거짓말을 했다.’
D : ‘C가 범인이다.’

- ① A와 B

② A와 D

③ B와 A

④ D와 A

⑤ C와 D

해설

1) 한 사람의 진술만 참일 경우
C 가 참 : A가 범인이 된다.
D 가 참 : C, A 가 범인이 되어 모순
A 가 참 : D의 진술의 참 , 거짓이 모순
B 가 참 : D의 진술의 참, 거짓이 모순
∴ A 가 범인이다.

2) 한 사람의 진술만 거짓인 경우
A 가 거짓 : D, C가 범인이 되어 모순
B 가 거짓 : D의 진술의 참 거짓이 모순
C 가 거짓 : D, C가 범인이 되어 모순
D가 거짓 : D가 범인
따라서 D가 범인이다.