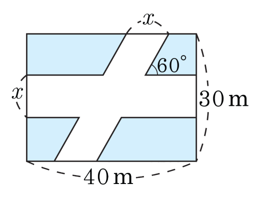
1. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $40\,\mathrm{m}$, $30\,\mathrm{m}$ 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 $60°$로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가 $600\,\mathrm{m}^2$ 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$
$\therefore\ x^2 - 70x + 600 \geq 0$
$(x-10)(x-60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는
$x \geq 60$ $(0 < x < 30)$ 이 된다.
그러므로 도로폭의 최대 길이는
$0 < x \leq 10$ 이므로 $10\,\mathrm{m}$ 이다.

2. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다
② $x = 3$
③ $x \neq 3$인 모든실수
④ $-3 < x < 3$
⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, $\quad$ (실수$)^2 \geq 0$이므로
$\therefore$ ⑤ 모든실수

3. 부등식 $ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족하는 실수 x가 존재하기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $a>-1$　　② $a>-\frac{1}{2}$　　③ $a>-\frac{1}{3}$

④ $a>-\frac{1}{4}$　　⑤ $a>-\frac{1}{5}$

해설

$ax^2+(a+1)x+a>0$에서

i) $a=0$이면 $x>0$

$\therefore$ 실수해가 존재한다.

ii) $a>0$ 이면 $y=ax^2+(a+1)x+a$의 그래프가 아래로 볼록한 모양이므로

$ax^2+(a+1)x+a>0$을 만족시키는 x값이 반드시 존재한다.

iii) $a<0$이면 $D=(a+1)^2-4a^2>0$

$3a^2-2a-1<0$, $(3a+1)(a-1)<0$

$\therefore$ $-\frac{1}{3}<a<1$, $a<0$ 이므로 $-\frac{1}{3}<a<0$

i), ii), iii) 에서 $a>-\frac{1}{3}$

4. 부등식 $x^2-5|x|+4\le 0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하면?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(ⅰ) $x>0$
$x^2-5x+4\le 0$
$(x-1)(x-4)\le 0$
$\Rightarrow\ 1\le x\le 4$
(ⅱ) $x<0$
$x^2+5x+4\le 0$
$(x+1)(x+4)\le 0$
$\Rightarrow\ -4\le x\le -1$
$\therefore$ 정수의 개수 : 8개

5. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하도록 하는 상수 k의 범위를 구하면 $a < k < b$이다. 이 때, ab의 값은?

① -10　② -9　③ -8　④ -7　⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
$k^2 - 8 < 0,\ \left(k - 2\sqrt{2}\right)\left(k + 2\sqrt{2}\right) < 0$
$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2},\ b = 2\sqrt{2}$이므로
$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

6. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$의 해가 $2 < x < 3$일 때, $a + b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로
$(x-2)(x-3) < 0$
$x^2 - 5x + 6 < 0$, $a = -5, b = 6$
$\therefore\ a + b = 1$

7. x에 관한 이차부등식 $x^2-(a-6)x+a-3\le 0$을 만족하는 실수 x가 존재할 때, 실수 a의 범위는?

① $4\le a\le 12$　② $a\le 4,\ a\ge 12$　③ $6\le a\le 8$
④ $a\le 6,\ a\ge 8$　⑤ $4\le a\le 8$

해설

$x^2-(a-6)x+a-3\le 0$의 실수해가 존재하려면
$D=(a-6)^2-4(a-3)\ge 0$
$a^2-16a+48\ge 0,\ (a-4)(a-12)\ge 0$
$\therefore\ a\le 4,\ a\ge 12$

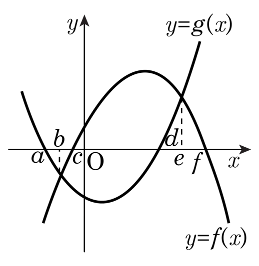
8. 둘레의 길이가 24 cm 인 직사각형의 넓이를 $35\,\text{cm}^2$ 이상 되도록 할 때, 그 한 변의 길이 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 15 cm ⑤ 19 cm

해설

한 변의 길이가 a 이므로 다른 한 변의 길이는 $12 - a$ 이다.
$a(12 - a) \geq 35$ 에서 $(a - 5)(a - 7) \leq 0$
$\therefore\ 5 \leq a \leq 7$
따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 12 cm

9. 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)g(x)>0$의 해는?



① $a<x<c,\ d<x<f$

② $a<x<b,\ e<x<f$

③ $b<x<c,\ d<x<e$

④ $a<x<c,\ e<x<f$

⑤ $x<a,\ c<x<d,\ x>f$

해설

$f(x)g(x)>0$ 이면

$\begin{cases} f(x)>0 \\ g(x)<0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} f(x)<0 \\ g(x)<0 \end{cases}$

따라서 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 모두 x 축보다 위쪽에 있거나 또는 모두 x 축보다 아래쪽에 있어야 한다.

$\therefore a<x<c,\ d<x<f$

10. 이차부등식 $-4x^2+12x-9 \geq 0$의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$
② $x \leq -\frac{3}{2},\ x \geq \frac{3}{2}$
③ $x \neq \frac{3}{2}$인 모든 실수
④ 해는 없다.
⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$-4x^2+12x-9 \geq 0$
$\Rightarrow\ 4x^2-12x+9 \leq 0$
$\Rightarrow\ (2x-3)^2 \leq 0$
$\therefore\ x = \frac{3}{2}$