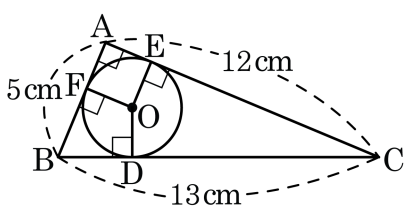
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?



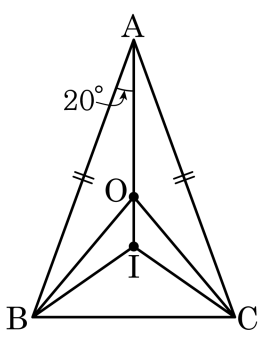
① $2\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $9\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $25\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라 하면,
$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AE}} = x$, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BD}} = 5 - x$,
$\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 12 - x$ 이므로
$(5 - x) + (12 - x) = 13$
$\therefore x = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\,\mathrm{cm}^2$

2. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40°$ 이므로

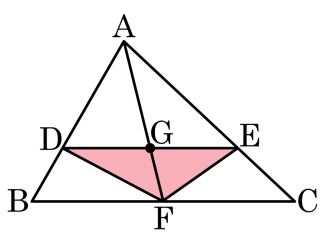
$\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110° - 80° = 30°$ 이다.

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 G는 무게중심이고, $\overline{DE}$와 $\overline{BC}$는 평행이다. $\overline{BF} = 4\text{cm}$, $\overline{GF} = 3\text{cm}$, $\triangle ABC = 54\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 18cm^2

④ 27cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

$\triangle ACF = \frac{1}{2}\triangle ABC = 27(\text{cm}^2)$

$\triangle ACF$에서 $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 1$이므로,

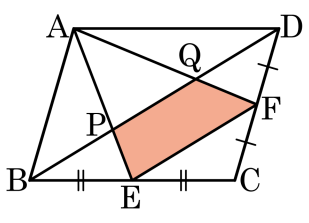
$\triangle AEF = \frac{2}{3}\triangle ACF = 18(\text{cm}^2)$

$\triangle AEF$에서 $\overline{AG} : \overline{GF} = 2 : 1$이므로,

$\triangle GFE = \frac{1}{3}\triangle AEF = 6(\text{cm}^2)$

마찬가지로, $\triangle DGF = 6$ $\therefore\ \triangle DEF = 12(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같이 평행사변형ABCD 에서 M , N 은 각 각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이고, □ABCD 의 넓이는 48cm^2 이다. 이 때, □PMNQ 의 넓이는?



① 6cm^2 ② 8cm^2 ③ 10cm^2

④ 16cm^2 ⑤ 26cm^2

해설

(오각형PMCNQ) $= \frac{1}{3}$□ABCD $= \frac{1}{3} \times 48 = 16\text{cm}^2$ 이고,

△MCN $= \frac{1}{2}$△BCN $= \frac{1}{8}$□ABCD $= \frac{1}{8} \times 48 = 6(\text{cm}^2)$

따라서□PMNQ $= 16 - 6 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 민호가 100원, 50원, 10원짜리 동전을 각각 5개씩 가지고 있다. 이 동전을 사용하여 민호가 250원을 지불하는 경우의 수는?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

(200, 50×1, 0), (200, 0, 10×5), (100, 50×3, 0)
(100, 50×2, 10×5), (0, 50×5, 0), (0, 50×4, 10×5) 의 6가지

6. A 시에서 B 시로 가는 길이 4 가지, B 시에서 C 시로 가는 길은 3 가지가 있다. A 시에서 B 시를 거쳐서 C 로 갔다가 돌아올 때, 갔던 길은 돌아오지 않고, 다시 B 시를 거쳐 A 시로 돌아오는 방법은 몇 가지인가?

① 18 가지　② 24 가지　③ 36 가지

④ 72 가지　⑤ 80 가지

해설

갈 때 A → B → C : $4 \times 3 = 12$(가지)
돌아올 때 C → B → A : $2 \times 3 = 6$(가지)
따라서 $12 \times 6 = 72$(가지) 이다.

7. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들었을 때, 3 의 배수인 정수의 경우의 수는?

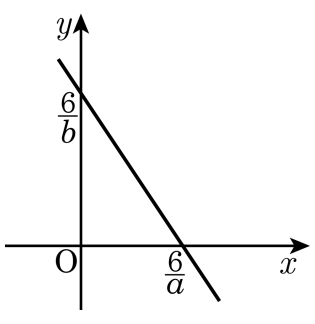
① 9 가지 ② 10 가지 ③ 12 가지

④ 16 가지 ⑤ 24 가지

해설

3 의 배수가 되기 위해서는 각 자릿수의 합이 3 의 배수가 되어야 한다. 주어진 수를 더하여 3 의 배수를 만들 수 있는 경우는 $(1,\ 2,\ 3), (2,\ 3,\ 4), (1,\ 3,\ 5), (3,\ 4,\ 5)$ 이다.
각각의 숫자로 3 의 배수를 만들면 $(3 \times 2 \times 1) \times 4 = 24$ (가지) 이다.

8. 다음 그림은 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 a, b 라고 할 때, 직선 $ax+by=6$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 이 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 9가 될 확률을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

$ax+by=6$ 에서 x 절편은 $y=0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{6}{a}$ 이고 y 절편은 $x=0$ 일 때 y의 값인 $\frac{6}{b}$ 이다. 그러므로 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\frac{6}{a}\times\frac{6}{b}=9,\ 9ab=18,\ ab=2$ 이다.
따라서 $(a,b)=(1,\ 2),\ (2,\ 1)$ 의 2 가지이다.
두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6\times6=36$ (가지) 이므로 구하려는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

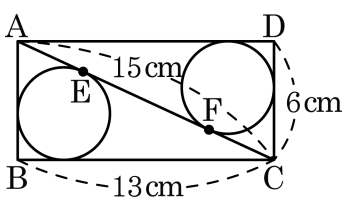
9. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 36π cm^2이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
△ABC의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi cm^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
$(15-x)+(6-x)=13 \ \therefore x=4(\text{cm})$
$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\text{cm})$ 이므로
$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\text{cm})$

11. 다음 중 경우의 수가 12인 것을 모두 골라라.

① 원 위에 5개의 점이 있을 때, 이 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수

② 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 던질 때 나타나는 경우의 수

③ A, B, C, D 네 명이 일렬로 사진을 찍는 경우의 수

④ 0,1, 2, 3의 4개의 숫자로 두 자리의 자연수를 만드는 경우의 수

⑤ A, B, C, D 네 명의 학생 중 회장 한 명, 부회장 한 명을 뽑는 경우의 수

해설

① 10가지
② 12가지
③ 24가지
④ 9가지
⑤ 12가지

12. 길이가 각각 2cm, 3cm, 4cm, 5cm, 6cm 인 5 개의 막대 중에서 3 개를 골랐을 때 삼각형이 이루어질 확률은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

해설

5 개의 막대 중에서 3 개를 고르는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (가지) 이고, 삼각형의 결정 조건에 의해 두 변의 길이의 합은 다른 한 변의 길이보다 커야 하므로 삼각형이 이루어지는 경우는 $(2,\ 3,\ 4),(2,\ 4,\ 5),(2,\ 5,\ 6),(3,\ 4,\ 5),(3,\ 4,\ 6),$
$(3,\ 5,\ 6),(4,\ 5,\ 6)$ 의 7 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

13. 어떤 입학시험에 A, B, C가 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$일 때, 두 사람이 합격할 확률이 a, 적어도 한 사람이 합격할 확률을 b일 때, $b-a$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

A, B가 합격할 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{15}$

B, C가 합격할 확률은 $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

C, A가 합격할 확률은 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{1}{10}$

따라서 두 사람이 합격할 확률은

$\frac{2}{15}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{13}{30}$이므로 $a=\frac{13}{30}$

모두 불합격할 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{15}$

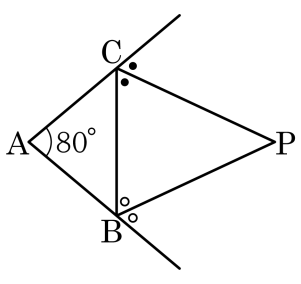
적어도 한 사람이 합격할 확률은

$1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$이므로 $b=\frac{14}{15}$

$\therefore\ a=\frac{13}{30},\ b=\frac{14}{15}$

$\therefore\ b-a=\frac{14}{15}-\frac{13}{30}=\frac{28}{30}-\frac{13}{30}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 P 라고 하고, $\angle BAC = 80°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?

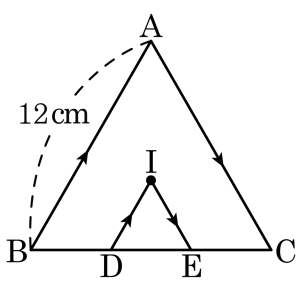


① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설

$90° - \frac{80°}{2} = 50°$

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고, 점I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이고 $\overline{AB} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



① $\frac{5}{2}$cm ② 3cm ③ $\frac{7}{2}$cm ④ 4cm ⑤ $\frac{9}{2}$cm

해설

점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle CBI = 30°$ 또, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$ 이므로
$\angle ABI = \angle BID = 30°$ (엇각) 같은 방법으로
$\angle ICA = \angle CIE = 30°$ 이므로 $\triangle IDE$ 에서 $\angle IDE = \angle IED = 60°$
따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$

$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$