1. 다음 일차방정식의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

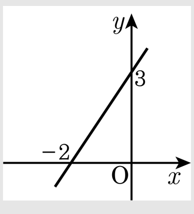
$$-3x + 2y - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

그래프가 x축, y축과 만나는 점이 각각 $(-2,0)$, $(0,3)$ 이므로 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$



2. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드를 나열하여 만들 수 있는 세 자리의 정수 중에서 짝수가 되는 경우의 수를 a 가지, 홀수가 되는 경우의 수를 b 가지라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

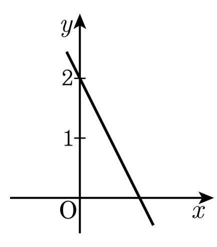
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

세 자리 정수 중
짝수가 되는 경우 일의 자리의 숫자가
1) ○○0 인 경우 $4\times3=12$ (가지)
2) ○○2 인 경우 $3\times3=9$ (가지)
3) ○○4 인 경우 $3\times3=9$ (가지)
$a=12+9+9=30$
홀수가 되는 경우 일의 자리의 숫자가
1) ○○1 인 경우 $3\times3=9$ (가지)
2) ○○3 인 경우 $3\times3=9$ (가지)
$b=9+9=18$
$\therefore\ a-b=30-18=12$

3. 일차방정식 $ax + y - a = 0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값은?

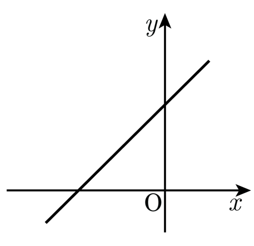


① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

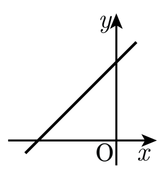
해설

$ax + y - a = 0$ 이 점 $(0,\ 2)$ 를 지나므로 $2 - a = 0$
$\therefore a = 2$

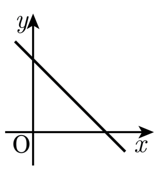
4. 다음 그래프는 일차방정식 $ax+by+c=0$ 이다. 이 때, 다음 그래프 중에서 일차방정식 $cx+ay-b=0$ 의 그래프는?



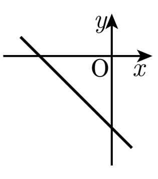
①



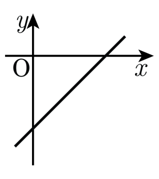
②



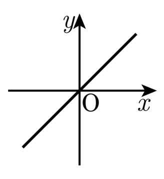
③



④



⑤



해설

$ax+by+c=0$은 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 이므로 $\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}<0$ 이다.

$\therefore a>0,\ b<0,\ c>0$ 또는 $a<0,\ b>0,\ c<0$

$cx+ay-b=0$은 $y=-\frac{c}{a}x+\frac{b}{a}$ 이고,

$-\frac{c}{a}<0, \frac{b}{a}<0$ 이므로

③번 그래프이다.

5. 일차방정식 $-ax + by - 4 = 0$ 의 그래프가 x 축에 수직이고 제 1 사분면과 제 4 사분면을 지나기 위한 $a,\ b$ 의 조건은?

① $a = 0,\ b > 0$ ② $a < 0,\ b = 0$ ③ $a = 0,\ b = 0$

④ $a > 0,\ b = 0$ ⑤ $a = 0,\ b < 0$

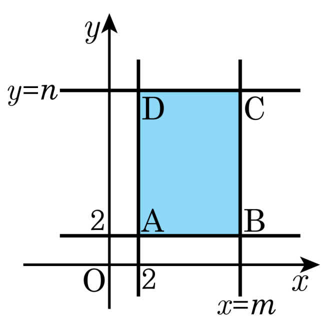
해설

x 축에 수직이면 $x = k$ 꼴의 그래프이므로 이 그래프가 제 1, 4 사분면을 지나기 위해서는 $k > 0$ 이어야 한다.

$x = k$ 꼴이려면 $b = 0$ 이어야 하고 $-ax = 4,\ x = -\frac{4}{a}$ 에서 $-\frac{4}{a} > 0,\ a < 0$ 이어야 한다.

따라서 $a < 0,\ b = 0$ 이다.

6. 네 직선 $x=2, x=m, y=2, y=n$ 의 그래프로 둘러싸인 □ABCD 의 넓이가 54 이고 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AD}} = 2 : 3$ 일 때, 양의 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

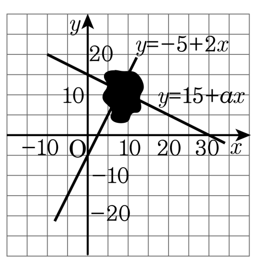


① 22　② 44　③ 66　④ 88　⑤ 100

해설

i) $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AD}} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 2k$, $\overline{\mathrm{AD}} = 3k$ 라고 하면,
$2k \times 3k = 54$, $k^2 = 9$, $k = 3(\because k > 0)$
ii) $m = 2 + 2k = 8$, $n = 2 + 3k = 11$ 이다.
따라서, $m \times n = 88$

7. 두 그래프 $y = 15 + ax$와 $y = -5 + 2x$의 그래프를 그린 것인데 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 된 것이다. 교점의 좌표를 구하면?



① (7, 10) ② (8, 11) ③ (9, 9)

④ (8, 10) ⑤ (9, 10)

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

$$\begin{cases} y = 15 - \frac{1}{2}x \cdots ㉠ \\ y = -5 + 2x \cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해이므로

㉠ − ㉡을 하면,

$0 = 20 - \frac{5}{2}x$, $\frac{5}{2}x = 20$,

$5x = 40$, $x = 8 \cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$y = -5 + 16,\ y = 11$

그러므로 교점의 좌표는 (8, 11)이다.

8. 두 직선 $2x+y=7$, $x+ky=1$의 교점의 x좌표가 3일 때, k의 값은?

① 2 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$2x+y=7$에 $x=3$을 대입하면
$6+y=7$에서 $y=1$
교점의 좌표 (3, 1)
$x+ky=1$에 점 (3, 1)을 대입하면 $3+k=1$에서 $k=-2$

9. 일차함수의 두 직선 $3x+ay=y+3$, $2x+5y=a-b$의 교점이 무수히 많을 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x+ay=y+3$에서

$3x+(a-1)y=3 \cdots ㉠$

$2x+5y=a-b \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡이 일치할 때, 교점이 무수히 많으므로

$\frac{3}{2}=\frac{a-1}{5}=\frac{3}{a-b}$,

$15=2a-2,\ -2a=-17,\ a=\frac{17}{2}$,

$3(a-b)=2\times 3$

$3\times\frac{17}{2}-3b=6,\ b=\frac{13}{2}$

$\therefore a-b=\frac{17}{2}-\frac{13}{2}=\frac{4}{2}=2$

10. $|x|$는 x의 절댓값을 나타낸다고 할 때, 두 직선 $y=|2x-1|$과 $y=p$가 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB}=\frac{5}{2}$일 때, p의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

i) $x<\frac{1}{2}$일 때, $y=-2x+1$, $y=p$의 교점은 $-2x+1=p$, $-2x=p-1$, $x=\frac{1-p}{2}$

ii) $x\geq\frac{1}{2}$일 때, $y=2x-1$, $y=p$의 교점은

$2x-1=p$, $2x=p+1$, $x=\frac{p+1}{2}$

$y=|2x-1|$과 $y=p$가 두 점에서 만나므로 $p>0$ 이다.

$\overline{AB}=\frac{5}{2}=\frac{p+1}{2}-\frac{1-p}{2}$

$p+1-(1-p)=5$, $p+1-1+p=5$, $2p=5$,

$p=\frac{5}{2}$

11. 주머니 속에 1에서 30까지의 숫자가 각각 적힌 공 30개가 들어있다. 주머니 속에서 공 한 개를 꺼낼 때, 2의 배수 또는 4의 배수 또는 5의 배수인 공이 나올 경우의 수를 구하여라.

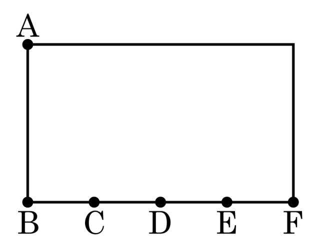
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 18 가지

해설

1에서 30까지의 수 중에서
2의 배수가 나오는 경우의 수는 15가지,
4의 배수가 나오는 경우의 수는 7가지,
5의 배수가 나오는 경우의 수는 6가지,
2와 4의 공배수인 경우의 수가 7가지,
4과 5의 공배수인 경우의 수가 1가지,
2와 5의 공배수인 경우의 수가 3가지,
2, 4, 5의 공배수인 경우의 수가 1가지이다.
따라서 2의 배수 또는 4의 배수 또는 5의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는
$15 + 7 + 6 - 7 - 1 - 3 + 1 = 18$(가지) 이다.

12. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 6 개의 점 A, B, C, D, E, F 가 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형이 모두 몇 가지인가?

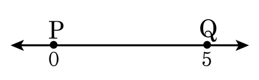


① 5 가지 ② 9 가지 ③ 10 가지
④ 20 가지 ⑤ 30 가지

해설

6 개의 점 A, B, C, D, E, F 로 만들 수 있는 삼각형의 개수에서 점 A 를 제외하면 나머지 점들로 삼각형을 만들 수 없으므로 점 A 와 B, C, D, E, F 에서 점 2 개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있다.
따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$(가지) 이다.

13. 원 점 P(0)에서 시작하여 동전의 앞면이 나오면 오른쪽으로 2만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼갈 때, 동전을 4번 던져 Q(5)에 있을 확률을 구하면?



① $\frac{3}{16}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{5}{16}$　④ $\frac{3}{8}$　⑤ $\frac{7}{16}$

해설

앞면 : a번, 뒷면 : $4-a$번이라 하면,
$2a-(4-a)=5$, $a=3$
HHHT, HHTH, HTHH, THHH으로 4가지
$\therefore \frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

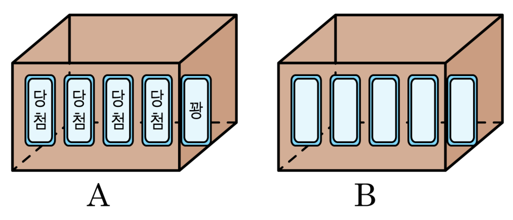
14. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n개, 검은 구슬의 개수는 $7-n$으로 할 때,
두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7} \times \frac{n}{7} = \frac{n^2}{49}, n^2 = 9, n = 3$ 이다.
따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

15. 다음 그림과 같이 두 개의 상자 A, B에 카드가 들어 있다. A에는 5장의 카드가 들어있고 이 중 4장이 당첨 카드이다. B에도 5장의 카드가 들어있다. A에서 두 번 연속하여 카드를 꺼낼 때(첫 번째 뽑은 카드를 넣지 않음), 두 장 모두 당첨 카드일 확률과 B에서 임의로 한 장을 꺼낼 때, 당첨 카드가 나올 확률은 같다고 한다. B에서 카드 한 장을 꺼내 확인한 후 B에 넣은 다음 다시 카드 한 장을 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 카드가 나올 확률을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{25}$

해설

A에서 두 번 연속 당첨 카드를 뽑을 확률은 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$ 이므로 B의 당첨 카드의 수는 3장이다. 따라서 B에서 2회 연속 당첨 카드를 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

16. 일기예보에 의하면 이번 토요일에 비가 올 확률이 $30\,\%$, 일요일에 비가 올 확률이 $20\,\%$ 라고 한다. 토요일에는 비가 오지 않고 일요일에는 비가 올 확률은?

① $6\,\%$ ② $14\,\%$ ③ $21\,\%$ ④ $30\,\%$ ⑤ $60\,\%$

해설

(구하는 확률)= (토요일에 비가 오지 않을 확률)× (일요일에 비가 올 확률)

$= (1 - 0.3) \times 0.2 = 0.14$

따라서 구하는 확률은 $14\,\%$

17. A, B, C 세 명의 명중률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$이다. 이 때, 세 명이 동시에 1발을 쏘았을 때, 이들 중 2명만 목표물에 명중시킬 확률은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{11}{24}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

해설

A, B가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$

B, C가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$

C, A가 명중시킬확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$

따라서 2명만 목표물에 명중시킬 확률은

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{11}{24}$

18. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다)

① 2배　② 3배　③ 5배　④ 7배　⑤ 9배

해설

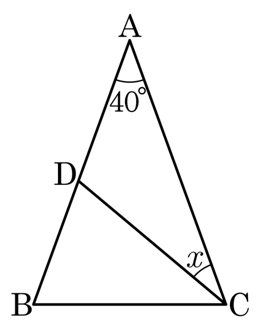
A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$이고, B가 이길 확률은 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$이므로 3배이다.

19. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

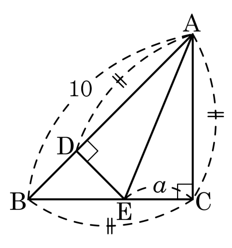
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

20. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{AC}$, $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



① $2a$　② $a+2$　③ $\dfrac{a+10}{2}$

④ $10-2a$　⑤ $10-a$

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$

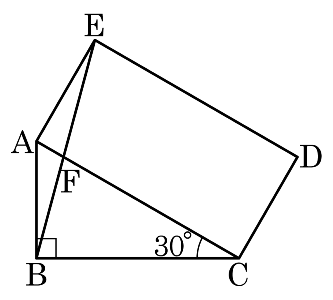
$\therefore \angle BAC = \angle B = 45°$

$\angle BDE = 90°, \angle B = 45°$ 이므로 $\angle BED = 180° - (90° + 45°) = 45°$

$\angle B = \angle BED$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{CE} = a$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 10 - a$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



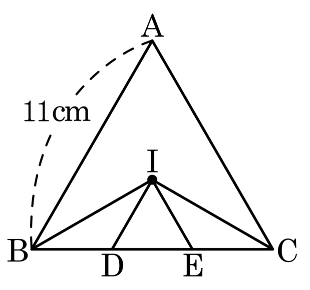
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\underline{30°}$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

22. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle$IDE 의 둘레의 길이는?



① $\frac{11}{3}$cm ② $\frac{11}{2}$cm ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle$IDE 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

23. 두 직선 $3x+2y-9=0, 7x+3y-11=0$ 의 교점을 지나고 직선 $y=\frac{3}{2}x+4$ 와 y 축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x+2y-9=0 & \cdots ㉠ \\ 7x+3y-11=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1, y=6$
또, y 절편이 4 이므로 구하는 직선을 $y=ax+4$ 라 놓고 $x=-1, y=6$ 을 대입하면
$6=-a+4 \quad \therefore \ a=-2$
$\therefore y=-2x+4$
$y=0$ 일 때, $0=-2x+4 \therefore x=2$

24. 세 직선 $3x-y-1=0$, $7x+ay-4=0$, $5x+y-15=0$이 한 점에서 만날 때, a의 값은?

① 3　　② 2　　③ 1　　④ -1　　⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 3x-y-1=0 & \cdots ㉠ \\ 5x+y-15=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=5$
즉, 세 직선은 점 $(2,\ 5)$에서 만난다.
$7x+ay-4=0$에 점 $(2,\ 5)$를 대입하면
$14+5a-4=0$에서 $a=-2$

25. 세 개의 일차함수 $x+2y=4$, $-2x+6y=17$, $y=ax+\frac{1}{2}a$ 의 그래프가 만나 삼각형을 만들 수 없을 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$y=ax+\frac{1}{2}a$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 세 직선으로 삼각형을 만들 수 없다.

1) $x+2y=4$ 또는 $-2x+6y=17$ 과 평행할 때

$(x+2y=4\text{의 기울기})=-\frac{1}{2}$

$(-2x+6y=17\text{의 기울기})=\frac{1}{3}$

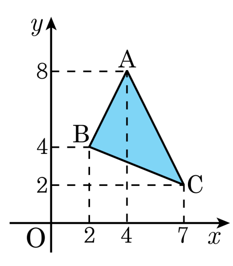
$\therefore\ a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{1}{3}$

2) $x+2y=4$ 와 $-2x+6y=17$ 의 교점을 지날 때, $x+2y=4$ 와 $-2x+6y=17$ 의 교점은 $\left(-1,\ \frac{5}{2}\right)$ 이므로

$\frac{5}{2}=-a+\frac{1}{2}a \qquad \therefore\ a=-5$

1), 2) 에 의해 a 의 값은 -5, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 세 점 A(4, 8), B(2, 4), C(7, 2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC가 있다. 직선 $y = x + k$가 △ABC와 만나기 위한 k의 값이 될 수 있는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : ______개

▷ 정답 : 10개

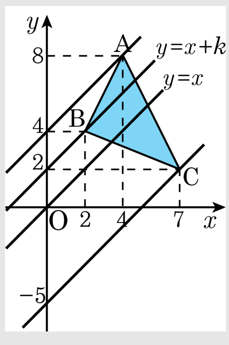
해설

$y = x + k$가 점 A를 지날 때 k의 최댓값은 4이고

$y = x + k$가 점 C를 지날 때 k의 최솟값은 -5이다

$\therefore\ -5 \le k \le 4$

따라서 정수 k의 값은 10개이다.



27. 두 직선 $y = x + 4$ 와 $y = -2x + 8$ 의 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 두 직선의 교점을 C 라 할 때, 점 C 를 지나고 $\triangle$ABC 넓이를 2 등분하는 직선 CD 의 방정식은?

① $y = x - 4$　② $y = x + 4$　③ $y = 4x$
④ $y = 4x + 3$　⑤ $y = 4x - 2$

해설

$y = x + 4$ 와 $y = -2x + 8$ 의 교점의 좌표는 $\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right)$ 이고, $\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right)$ 을 지나면서 넓이를 이등분하기 위해서는 $(0,\ 0)$ 을 지난다.

두 점 $\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{3}\right)$, $(0,\ 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = 4x$

28. 50원짜리 귤, 100원짜리 사과, 200원짜리 배가 있다. 세 종류의 과일을 섞어서 1000원어치를 사는 방법의 수를 구하여라. (단, 각 과일을 적어도 하나씩은 사야된다.)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 16가지

해설

$50x+100y+200z=1000$, $x+2y+4z=20$

i) $z=1$일 때,

$x+2y=16$이고 $x\geq 1$이므로 $2y\leq 15$

$y=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 7$의 7가지

ii) $z=2$일 때,

$x+2y=12$이고 $x\geq 1$이므로 $2y\leq 11$

$y=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$의 5가지

iii) $z=3$일 때,

$x+2y=8$이고 $x\geq 1$이므로 $2y\leq 7$

$y=1,\ 2,\ 3$의 3가지

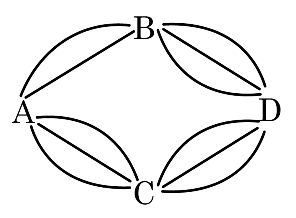
iv) $z=4$일 때,

$x+2y=4$

$(2,\ 1)$의 1가지

따라서 전체 경우의 수는 16가지

29. 다음 그림과 같이 A 에서 D 로 가는 도로에서 A 를 출발하여 D 를 거쳐 다시 A 까지 돌아올 때, 모든 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 225 가지

해설

A 를 출발하여 D 를 거쳐 다시 A 까지 돌아오는 경우는 모두 네 가지로 나누어 각각의 경우를 살펴보면

1) A – B – D – B – A 로 가는 경우 :
$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ (가지)

2) A – B – D – C – A 로 가는 경우 :
$2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$ (가지)

3) A – C – D – C – A 로 가는 경우 :
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ (가지)

4) A – C – D – B – A 로 가는 경우 :
$3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는
$36 + 54 + 81 + 54 = 225$ (가지) 이다.

30. 다음은 어느 분식점의 메뉴판이다. 전화주문으로 다른 음식을 두 개 주문하는 방법의 수는? (주문 순서는 상관 있다.)

MENU

김밥
떡볶이
우동
쫄면
라면

① 5가지　② 10가지　③ 9가지
④ 18가지　⑤ 20가지

해설

$5 \times 4 = 20$(가지)

31. 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a , b 라 할 때, $a < b+2$ 일 경우의 수를 구하여라.

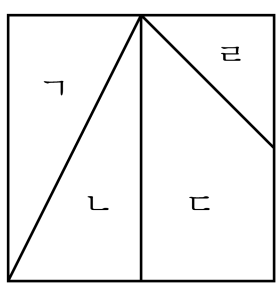
▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 26 가지

해설

$a < b+2$, $a-b < 2$
두 눈의 수를 뺀 값이 1 이하인 경우를 구하면
(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 5), (6, 6)
따라서 26 가지이다.

32. 다음 그림과 같은 모양에 세 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 칠해도 되지만 인접하는 부분은 서로 다른 색을 칠할 때, 칠하는 방법의 수를 구하여라.



① 20가지　② 24가지　③ 28가지
④ 32가지　⑤ 36가지

해설

ㄱ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 3가지
ㄴ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 2가지
ㄷ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 2가지
ㄹ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 2가지
$\therefore 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$

33. 1, 2, 3, 4, 5 의 5 장의 카드 중에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들어 작은 수부터 큰 수로 나열할 때 43 은 몇 번째 수인가?

① 12 번째　　② 15 번째　　③ 18 번째

④ 21 번째　　⑤ 24 번째

해설

십의 자리가 1, 2, 3 일 때 일의 자리에 올 수 있는 수는 각각 4 개씩이므로 $3 \times 4 = 12$ (가지), 십의 자리가 4 일 때 두 자리 정수는 41, 42, 43, 45 이다.
따라서 43 은 $12 + 3 = 15$ (번째) 이다.

34. 동전을 6회 던져서 n회째 동전이 앞면이면 $X_n = 1$이라 하고, 뒷면이면 $X_n = -1$ 이라고 하자. $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ $(1 \le n \le 6)$이라고 할 때, $S_2 \neq 0$이고, $S_6 = 2$일 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

$S_6 = 2$일 때 앞면은 네 번, 뒷면은 두 번 나와야 하고, $S_2 \neq 0$ 이므로 처음 두 번은 (앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤) 여야 한다.

처음 두 번 모두 앞면이 나오는 경우 :

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 6(\text{가지})$$

처음 두 번이 모두 뒷면이 나오는 경우 : 1(가지)

$\therefore\ 6 + 1 = 7$(가지)

35. 3명의 학생에게 수험표를 임의로 나누어 줄 때, 모두 자기 것이 아닌 다른 학생의 수험표를 받게 되는 경우의 수를 구하여라.

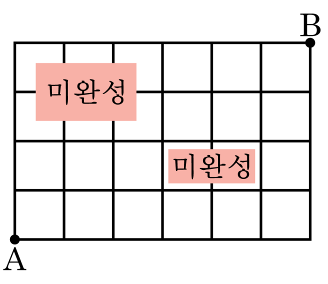
▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

3명의 학생을 A, B, C, 수험표를 a, b, c 라 하면 자기 것이 아닌 다른 학생의 수험표를 받게 되는 경우는 학생 A, B, C에게 수험표 (b, c, a), (c, a, b)를 주는 2가지뿐이다.

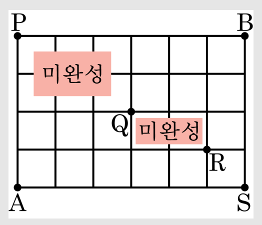
36. 다음 그림과 같이 만들어진 도로망 중 일부가 아직 미완성이다. A 지점에서 B 지점까지 갈 수 있는 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설



A → P → B : 1 가지

A → Q → B : $\frac{5!}{3!2!} \times \frac{5!}{3!2!} = 100$(가지)

A → R → B : $\frac{6!}{1!5!} \times \frac{4!}{1!3!} = 24$(가지)

A → S → B : 1 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $1 + 100 + 24 + 1 = 126$(가지)이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$이다.)

37. 항아리에 서로 다른 흰 돌과 검은 돌이 섞여서 모두 10 개가 담겨 있다. 이 중 2 개의 돌을 골랐을 때, 적어도 1 개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수가 35 가지라고 한다. 검은 돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 5 개

해설

흰 돌이 최소 1 개 이상 뽑히는 사건은 2 개 모두 검은 돌이 뽑히는 사건의 여사건이다.
검은 돌의 개수를 x라 하면, 흰 돌의 개수는 $10 - x$ 이고
10 개 중 2 개를 고르는 경우의 수는 $\frac{10 \times 9}{2} = 45$(가지) 이고
2 개 모두 검은 돌이 뽑히는 경우의 수는 $\frac{x(x-1)}{2}$(가지) 이다.
적어도 1 개 이상의 흰 돌이 뽑히는 경우의 수는

$$45 - \frac{x(x-1)}{2} = 35$$
$$\frac{x(x-1)}{2} = 10$$
$$x(x-1) = 20$$

x 와 $x-1$ 은 둘 다 자연수이므로, 이를 만족하는 $x = 5$ 이다.
따라서 검은 돌은 5 개이다.

38. 평면 위에 9 개의 직선이 있다. 이 직선 중 한 쌍의 직선만 평행하고 어떤 세 직선도 한 점에서 만나지 않는다고 할 때, 이 직선에 의해 만들어지는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 77 개

해설

(1) 9 개의 직선 중 3 개의 직선을 선택하는 경우 $\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$(개)

(2) 평행한 1 쌍의 직선과 다른 한 직선을 택하는 경우는 7(개)이다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $84 - 7 = 77$(개)이다.

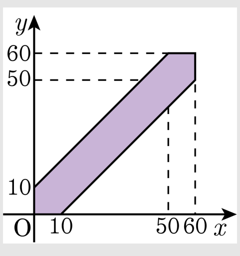
39. 두 사람이 12 시와 1 시 사이에 만나기로 하고, 먼저 온 사람은 나중에 오는 사람을 10 분간만 기다리기로 하였다. 두 사람이 만날 수 있는 확률을 구하여라. (단, 두 사람은 반드시 12 시와 1 시 사이에 약속 장소에 나온다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{36}$

해설

A, B 두 사람이라고 하고 A 는 12 시 x 분, B 는 12 시 y 분에 도착하였다고 하면 $0 \le x \le 60$, $0 \le y \le 60$, $|x-y| = 10$



그림에서 색칠한 부분이 A 와 B 가 만나는 영역이므로

넓이는 $60 \times 60 - 2 \times \frac{1}{2} \times 50 \times 50 = 1100$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1100}{3600} = \frac{11}{36}$ 이다.

40. 석영, 정현, 민수, 혜민 4 명이 한 줄로 늘어서서 사진을 찍으려고 한다. 이들 4 명이 늘어설 때 석영이와 혜민이가 서로 이웃할 확률은?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{1}{6}$

해설

석영, 정현, 민수, 혜민 4 명이 한 줄로 늘어서는 경우는 $4\times3\times2\times1=24$ (가지) 이다.
석영이와 혜민이가 서로 이웃하므로 한 사람으로 생각하면 3 명이 일렬로 서는 방법은 $3\times2\times1=6$ (가지) 가 된다. 이때, 석영이와 혜민이가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 $6\times2=12$ (가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$ 이다.

41. 다섯 개의 연속하는 자연수 a, b, c, d, e 가 있다. 이 자연수들을 일렬로 나열할 때, 크기순으로 나열될 확률을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{60}$

해설

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

가장 작은 자연수를 a 라고 하면

크기순으로 나열되는 경우는

$(a, a+1, a+2, a+3, a+4)$, $(a+4, a+3, a+2, a+1, a)$ 의 두 경우이므로

구하는 확률은 $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$ 이다.

42. 숫자 1, 2, 3, 4 가 적힌 정사면체 주사위 2 개를 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 6 이상이거나 곱이 4 이하인 경우 상품을 얻는 게임이 있을 때, 3 회 이전에 상품을 탈 수 있는 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{511}{512}$

해설

정사면체 주사위 2 개를 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 6 이상이거나 곱이 4 이하인 경우의 확률을 구하면

(1) 합이 6 이상인 경우

(2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4) 이므로 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

(2) 곱이 4 이하인 경우

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1) 이므로 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

(1), (2) 에 의하여 상품을 탈 수 있는 확률은 $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$ 이다.

3 회 이전에 상품을 탈 수 있는 확률은

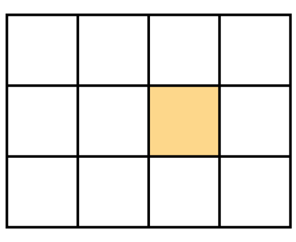
1) 1 회에 상품을 타는 경우 : $\frac{7}{8}$

2) 2 회에 상품을 타는 경우 : $\frac{1}{8}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{64}$

3) 3 회에 상품을 타는 경우 : $\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{512}$

따라서 1), 2), 3) 에 의하여 3 회 이전에 상품을 타는 확률은 $\frac{7}{8}+\frac{7}{64}+\frac{7}{512}=\frac{511}{512}$ 이다.

43. 다음 도형은 가로의 길이가 4 이고 세로의 길이가 3 인 직사각형을 가로와 세로의 길이가 각각 1 인 정사각형으로 분할하여 만든 도형이다. 이 도형의 선분으로 만들 수 있는 직사각형이 색칠한 부분을 포함하는 정사각형이 될 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 서로소이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

만들 수 있는 직사각형의 개수는

$\frac{4\times3}{2}\times\frac{5\times4}{2}=60$ (가지)

만들 수 있는 정사각형의 개수는

(1) 한 변의 길이가 1 인 경우 : 1 가지

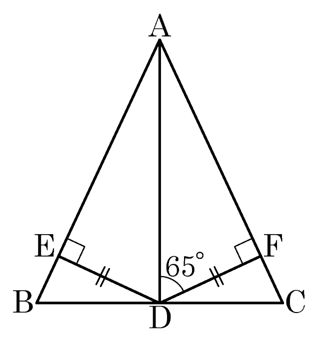
(2) 한 변의 길이가 2 인 경우 : 4 가지

(3) 한 변의 길이가 3 일 경우 : 2 가지

따라서 직사각형이 색칠한 부분을 포함하는 정사각형이 될 확률은 $\frac{b}{a}=\frac{7}{60}$ 이다.

$\therefore\ a-b=60-7=53$

44. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



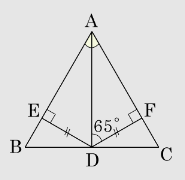
① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

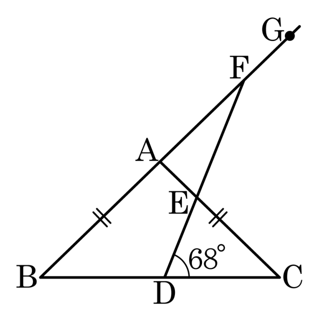
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$



45. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 68°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



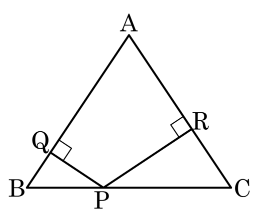
① 40° ② 44° ③ 48° ④ 52° ⑤ 56°

해설

$\angle C = 180° - 68° \times 2 = 44°$

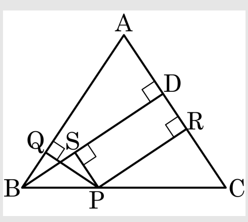
$\angle B = \angle C = 44°$

46. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3cm$, $\overline{PR} = 5cm$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



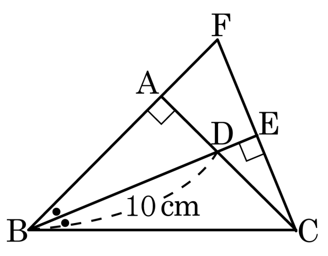
① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D
P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 S 라 하면
$\angle BQP = \angle BSP \cdots$ ㉠
$\overline{BP}$ 는 공통이다. $\cdots$ ㉡
$\angle BPS = \angle C$
$\therefore \angle QBP = \angle SPB \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
$\therefore \ \overline{QP} = \overline{SB} \ \cdots$ ㉣
또, □SPRD 는 직사각형이므로
$\overline{PR} = \overline{SD} \ \cdots$ ㉤
㉣, ㉤에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
$\therefore \ \overline{BD} = 3 + 5 = 8(\mathrm{cm})$

47. 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle BAC=\angle CEB=90°$, $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BD}=10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACF$ 에서

$\angle BAD=\angle CAF=90°$ ⋯㉠

$\overline{AB}=\overline{AC}$ ⋯㉡

$\angle ABD=22.5°$, $\angle ADB=67.5°$

$\angle ADB=\angle CDE=67.5°$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로

$\angle ACF=22.5°$

즉, $\angle ABD=\angle ACF$ ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD\equiv\triangle ACF$(ASA합동)

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CF}=10\text{cm}$

$\angle BCF=45°+22.5°=67.5°=\angle BFC$

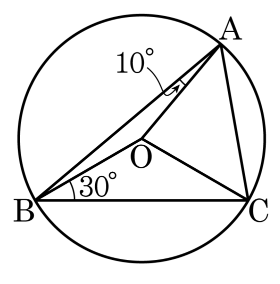
즉, $\triangle BCF$ 는 $\overline{BF}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고

$\angle B$ 의 이등분선과 밑변 $\overline{CF}$ 의 교점이 E 이므로

$\overline{CE}=\overline{EF}$ 이다.

$\therefore\ \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{CF}=\frac{1}{2}\times 10=5\ (\text{cm})$

48. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

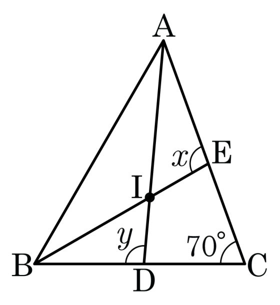
해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$

$\therefore\ \angle OAC = 90^\circ - (30^\circ + 10^\circ) = 50^\circ$

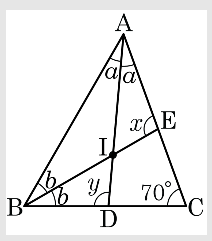
49. 다음 그림의$\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b = 55^\circ$

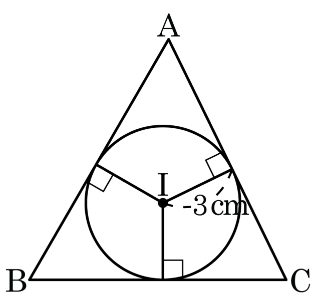
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70^\circ$, $\triangle ADC$ 에서

$\angle y = \angle a + 70^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70^\circ) + (\angle a + 70^\circ)$

$= \angle a + \angle b + 140^\circ = 55^\circ + 140^\circ = 195^\circ$

50. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이가 3cm 이고, $\triangle$ABC 의 넓이가 48cm^2 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는?



① 32cm ② 34cm ③ 36cm ④ 28cm ⑤ 40cm

해설

$\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 $x$cm 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times x = 48$

$\therefore x = 32(\text{cm})$