

1. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y = \frac{ax-b}{x-2} &\Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{x+1}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a = 1, b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

2. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b=2-1=1$

3. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{-x-1}{x-1} \quad \textcircled{\text{㉡}} y = \frac{x}{x-1} \quad \textcircled{\text{㉢}} y = \frac{-2x-1}{x+1}$$

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α 만큼,

y 축으로 β 만큼 평행이동시키면

$$y = \frac{1}{x-\alpha} + \beta \text{ 꼴이 된다.}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

따라서, 구하는 함수는 ㉡, ㉢이다.

4. $xy - 2x - 2y + 1 = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

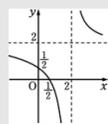
$$xy - 2x - 2y + 1 = 0$$

$$y(x - 2) = 2x - 1$$

$$y = \frac{2x - 1}{x - 2}$$

$$= 2 + \frac{3}{x - 2}$$

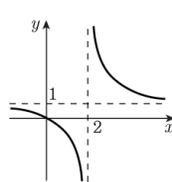
점근선 $x = 2, y = 2$



∴ 지나지않은 사분면은 제 3 사분면이다.

5. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2



해설

점근선이 $x=2$, $y=1$ 이므로

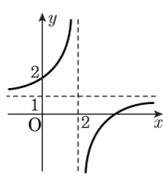
$$y = \frac{ax+b}{x+c} = a + \frac{b-ac}{x+c} \text{ 에서 } a=1, c=-2 \text{ 이다.}$$

그리고 원점을 지나므로 $b=0$ 이다.

$$\therefore a+b+c = -1$$

6. 함수 $y = \frac{a}{x-p} + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+p+q$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3



해설

$$y = \frac{a}{x-2} + 1 \text{ 에서 } f(0) = 2 \text{ 이므로 } 2 = \frac{a}{-2} + 1$$

$$\therefore a = -2$$

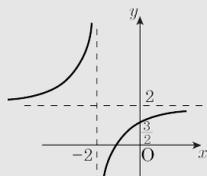
$$\therefore a+p+q = -2+2+1 = 1$$

7. 분수함수 $y = \frac{2x+3}{x+2}$ 의 치역이 $\{y \mid y > 2\}$ 일 때, 다음 중 정의역을 바르게 구한 것은?

- ① $\{x \mid -3 < x < -2\}$ ② $\{x \mid x < -2\}$
③ $\{x \mid -2 < x\}$ ④ $\{x \mid -2 \leq x < 2\}$
⑤ $\{x \mid -2 \leq x < 3\}$

해설

$$y = \frac{2x+3}{x+2} = \frac{2(x+2)-1}{x+2} = 2 + \frac{-1}{x+2}$$



정의역은 $\{x \mid x < -2\}$

8. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x-1}{x-2} \\ &= \frac{(x-2)+1}{x-2} \\ &= \frac{1}{x-2} + 1 \end{aligned}$$

따라서, 점근선이

$x = 2, y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는 다음과 같다.

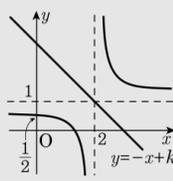
다음 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여

대칭이려면

직선이 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로

$$1 = -2 + k$$

$$\therefore k = 3$$



9. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$	$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$
$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$	$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$

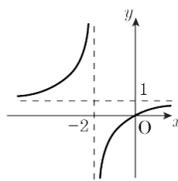
- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

- ㉠, ㉣는 제2사분면을 지나지 않는다.
- ㉡는 모든 사분면을 지난다.
- ㉢는 제3사분면을 지나지 않는다.

10. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$y = 1 + \frac{k}{x+2}, \quad (k \neq 0) \text{가 점 } (0, 0) \text{을 지나므로}$$

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

11. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 한다. $y = g(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, B라 할 때 선분 AB의 길이는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 $y = x$ 에 대해 대칭이므로 $\begin{cases} y = g(x) \\ y = x \end{cases}$

의 교점은 $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점과 같다.

$$\frac{x+2}{x-1} = x, \quad x+2 = x^2 - x$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0, \quad x = 1 \pm \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$A(1 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}), B(1 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$

12. 분수함수 $y = \frac{x+k}{x}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
- ② 점(0, 1)에 대하여 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에 가까워진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ $y = -x + 1$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 0$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (0, 1) 에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에서 멀어진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (0, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.

13. 점근선이 $x = 4$, $y = -1$ 이고, 점 $(6, 0)$ 을 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-2 \leq x \leq 2$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

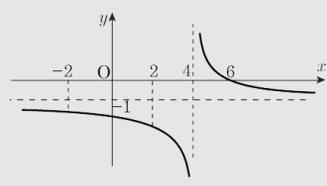
- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$y = \frac{k}{x-4} - 1, (k \neq 0)$$

$$0 = \frac{k}{6-4} - 1 \therefore k = 2$$

$$f(x) = \frac{2}{x-4} - 1$$



$$x = -2 \text{ 일 때, } M = \frac{2}{-2-4} - 1 = -\frac{4}{3}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } m = \frac{2}{2-4} - 1 = -2$$

$$\therefore Mm = -\frac{4}{3} \times (-2) = \frac{8}{3}$$

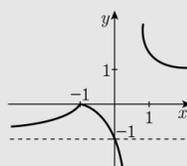
14. 유리함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 그래프와 $y = a$ 의 그래프의 교점이 2개가 되게 하는 a 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 1$ ② $a > 1$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $-1 < a < 0$ ⑤ $-1 < a < 1$

해설

$y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 그래프를
 그려보면

$\therefore y = a$ 와 교점이 두 개가 되려면 $-1 < a < 0$



15. 함수 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 에 대하여 $f(2x)$ 를 $f(x)$ 로 나타내면 ?

- ① $\frac{2f(x)}{2f(x)-1}$ ② $\frac{2f(x)}{2f(x)+1}$ ③ $\frac{2f(x)}{f(x)-1}$
④ $\frac{2f(x)}{f(x)+1}$ ⑤ $\frac{2f(x)}{f(x)-2}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ 에서 } x &= \frac{f(x)}{f(x)-1} \\ 2x &= \frac{2f(x)}{f(x)-1} \\ f(2x) &= f\left(\frac{2f(x)}{f(x)-1}\right) = \frac{\frac{2f(x)}{f(x)-1}}{\frac{2f(x)}{f(x)-1} - 1} \\ &= \frac{2f(x)}{2f(x) - f(x) + 1} = \frac{2f(x)}{f(x)+1} \end{aligned}$$