

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 수학을 잘하는 학생들의 모임
- ② 예쁜 신발들의 모임
- ③ 가장 작은 자연수의 모임
- ④ 우리 반에서 키가 큰 학생들의 모임
- ⑤ 채소들의 모임

해설

- ③ 가장 작은 자연수의 모임 : 1
- ⑤ 채소들의 모임 : 오이, 당근, 토마토, ...

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

3. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$$

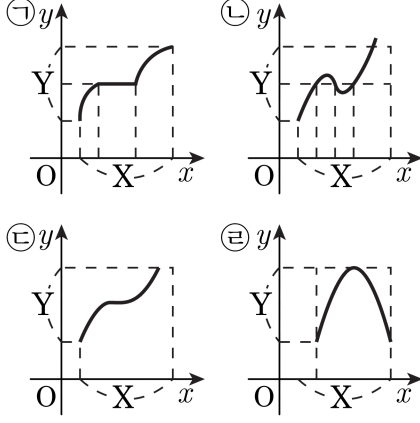
$$= 1 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} + 4 \geq 5 \cdot 2 \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 즉 $b = 2a$ 일 때 성립)

4. 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



- ① (㉠) (㉢)
 ② (㉡) (㉣)
 ③ (㉢) (㉣)
- ④ (㉠)
 ⑤ (㉠) (㉡) (㉣)

해설

X 에서 Y 로의 일대일 대응을 찾으면 된다.

㉠

㉡

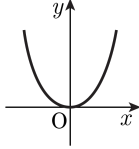
㉠ $\{x|a \leq x \leq b\}$ 에 속하는 x 의 상이 모두 c 이므로 일대일 대응이 아니다.

㉡ a, b, c 의 상이 모두 d 이므로 일대일 대응이 아니다.

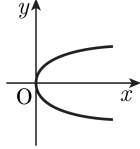
㉢, ㉣의 경우와 같다.

5. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?

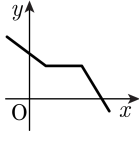
①



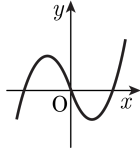
②



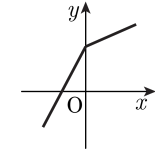
③



④



⑤



해설

주어진 그래프 중 일대일대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

6. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

7. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

8. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$
그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고
 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

9. $\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$ 을 만족할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

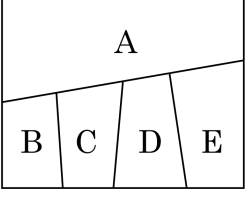
$$\begin{aligned}\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} &= \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} \\ &= \frac{(a+b)x + 2a + b}{(x+1)(x+2)}\end{aligned}$$

$$a+b=1, 2a+b=3$$

$$\therefore a=2, b=-1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-1)^2 = 5$$

10. 그림과 같이 구분된 A, B, C, D, E의 5부분에 서로 다른 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하려고 할 때, 칠하는 방법의 수는?



- ① 1440 ② 1920 ③ 2320 ④ 2560 ⑤ 3690

해설

A부분에 칠하는 방법은 6가지,
이 때 B에 칠하는 방법은 A에 칠한 색을 제외한
5가지이고 C에는 A, B에 칠한 색을
제외한 4가지, D에는 A, C에 칠한 색을
제외한 4가지, E에는 A, D에 칠한 색을
제외한 4가지이므로
 $6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1920$ (가지)

11. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

① 705

② 720

③ 735

④ 750

⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \frac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$$\therefore \frac{6!}{3!} \times 3! = 720$$

12. 대각선의 개수가 35인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

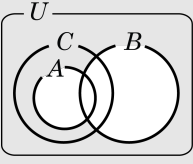
$$\begin{aligned}{}_nC_2 - n &= 35, \quad \frac{n(n-1)}{2 \times 1} - n = 35, \\n^2 - 3n - 70 &= 0, \quad (n-10)(n+7) = 0 \\ \therefore n &= 10 \quad (\because n \text{은 자연수})\end{aligned}$$

13. 세 집합 A, B, C 가 $(A \cap B) \subset (A \cap C)$, $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ 를 만족한다.
이 사실로 알 수 있는 것은?

- ① $A \subset B$
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset C$
- ④ $C \subset A$
- ⑤ $B \subset C$

해설

벤다이어그램에서 $(A \cap B) \subset (A \cap C)$ 이고
 $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ 가 되려면
 $A = A \cap C$ 이어야 하므로
 $\therefore A \subset C$



14. 등식 $(A - B) - C = A - (B \cup C)$ 를 증명하는 데 꼭 필요한 것을 다음 중에서 모두 고르면?

- | | |
|-------------|------------------------|
| ㉠ 교환법칙 | ㉡ 결합법칙 |
| ㉢ 분배법칙 | ㉣ 흡수법칙 |
| ㉤ 드 모르간의 법칙 | ㉥ $X - Y = X \cap Y^c$ |

- ① ㉡, ㉢, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ ③ ㉢, ㉣, ㉤
④ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$(A - B) - C = (A \cap B^c) - C \cdots \text{㉤}$
 $= (A \cap B^c) \cap C^c \cdots \text{㉡}$
 $= A \cap (B^c \cap C^c) \cdots \text{㉡}$
 $= A \cap (B \cup C)^c \cdots \text{㉤}$
 $= A - (B \cup C) \cdots \text{㉤}$
따라서 ㉡, ㉢, ㉤이다.

15. 수질오염의 정도를 수치로 나타내는 한 방법으로 생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색생물의 수가 x , 무색생물의 수가 y 일 때, $\frac{y}{x+y} \times 100(\%)$ 로 정의된다. 지난 달 수질 검사에서 어떤 호수의 생물학적 지표는 20%이었다. 이번 달에 이 호수의 수질을 검사한 결과 지난달에 비해 유색 생물의 수는 2배, 무색생물의 3배가되었다. 이 번 달 이 호수의 생물학적 지표는 몇 %인가?

- ① 약 14.3% ② 약 15.2% ③ 약 17.1%
④ 약 21.3% ⑤ 약 27.3%

해설

$$\text{지난달 검사 : } \frac{y}{x+y} \times 100 = 20 \Rightarrow x = 4y$$

$$\text{이번달 검사 : } \frac{3y}{2x+3y} \times 100 = \frac{3y}{11y} \times 100 \approx 27.3(\%)$$