

1. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{12}{7}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k$, $y = 3k$ ($k \neq 0$)로 놓으면

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k}$$

$$= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}$$

2. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

3. 분수식 $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

(준식) = a 라 하면

$$2 - \frac{1}{a} = a \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

4. 보기의 함수 중 평행이동한 그래프가 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것을 모두 고르면?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{-x-1}{x-1}$ $\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{x}{x-1}$ $\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{-2x-1}{x+1}$

- ① $\textcircled{\text{㉡}}$ ② $\textcircled{\text{㉢}}$ ③ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}$ ⑤ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

해설

함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α 만큼,

y 축으로 β 만큼 평행이동시키면

$y = \frac{1}{x-\alpha} + \beta$ 꼴이 된다.

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{-2x-1}{x+1} = \frac{-2(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 2$$

따라서, 구하는 함수는 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$ 이다.

5. 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 3$ ($k \neq 0$) 의 그래프에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $k > 0$ 이면 제 1 사분면과 제 3 사분면을 지난다.
- ㉡ $k < 0$ 이면 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
- ㉢ $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

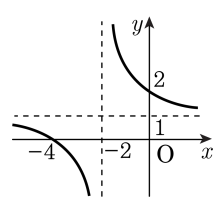
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

점근선은 $x = 1, y = 3$ 이다.
㉠, ㉢ : $0 < k \leq 3$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $k > 3$ 이면 모든 사분면을 지난다.
㉡ : $k < 0$ 이면, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.
 $\therefore$ ㉡, ㉢ 이 참.

6. 함수 $y = \frac{c-x}{ax+b}$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -4
 ④ -7 ⑤ 0



해설

점근선이 $x = -2$, $y = 1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \dots\dots ①$$

①이 $(0, 2)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 2$

$$y = \frac{2}{x+2} + 1 = \frac{-x-4}{-x-2}$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = -4$$

7. 다음은 $\frac{x^2-x-3}{x-1} - \frac{x^2+x-1}{x+1}$ 를 계산하는 과정이다. 다음 중 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 차례대로 구하고 풀이를 완성하여 그 값을 바르게 구한 것은?

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = (\text{㉠}) + \frac{(\text{㉡})}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = (\text{㉢}) + \frac{(\text{㉣})}{x+1}$$

- ① $-x, +3, x, -1, \frac{2x+4}{x^2-1}$ ㉡ $x, -3, x, -1, -\frac{2x+4}{x^2-1}$
 ③ $x, 3, x, 1, -\frac{2x+4}{x^2+1}$ ④ $x, -1, x, -3, -\frac{2x-4}{x^2-1}$
 ⑤ $x, 1, x, 3, -\frac{2x+4}{x^2+1}$

해설

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = \frac{x(x-1)-3}{x-1} = x + \frac{-3}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = \frac{x(x+1)-1}{x+1} = x + \frac{-1}{x+1}$$

∴ ① = x , ② = -3 , ③ = x , ④ = -1

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x - \frac{3}{x-1} - \left(x - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-1} \\ &= \frac{x-1-3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{2x+4}{x^2-1} \end{aligned}$$

8. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

의 값은?

$$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{18} + \frac{5}{18}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{3}}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

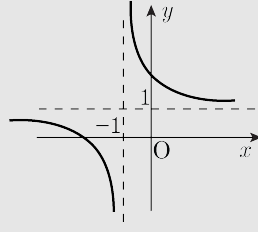
$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

9. 분수함수 $y = \frac{x+3}{x+1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -1 < x \leq 1\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\{y \mid y < 2\}$ ② $\{y \mid y \leq 2\}$ ③ $\{y \mid y \leq -2\}$
④ $\{y \mid y \geq 2\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq -2\}$

해설

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{(x+1)+2}{x+1} = 1 + \frac{2}{x+1}$$



$x = 1$ 일 때, $y = \frac{1+3}{1+1} = 2$ 이므로,

치역은 $\{y \mid y \geq 2\}$

10. $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a 의 최솟값은?

- ① -2
- ② $-\frac{7}{5}$
- ③ -1
- ④ $-\frac{4}{5}$
- ⑤ $-\frac{2}{5}$

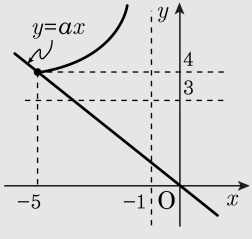
해설

$-5 \leq x < -1$ 에서 직선 $y = ax$ 가

함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x-1}{x+1} \\ &= \frac{3(x+1)-4}{x+1} \\ &= \frac{-4}{x+1} + 3 \end{aligned}$$

$y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같



고,

$x = -5$ 일 때 $y = 4$ 이므로 점 $(-5, 4)$ 를 지난다.

직선 $y = ax$ 가 점 $(-5, 4)$ 를 지날 때,

$$4 = -5a \text{에서 } a = -\frac{4}{5} \text{이다.}$$

따라서 $-5 \leq x < -1$ 에서 $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 성립하려면

$$a \geq -\frac{4}{5} \text{이어야 하므로}$$

a 의 최솟값은 $-\frac{4}{5}$ 이다.

11. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y = |x+a| + b + c$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x) = (f^{-1})^{-1}(x)$

$y = f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 를

x 에 대하여 풀면, $x = \frac{3y+4}{y+2}$

x 와 y 를 바꾸면, $y = f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$

$f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 2$

함수 $y = |x+3| + 6$ 은 $x = -3$ 일 때, 최솟값 6을 갖는다.

12. 상수 a, b, c, d 에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)} + \frac{3}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{(x-2)(x-4)} + \frac{3}{(x-3)(x-5)} + \frac{3}{(x-4)(x-6)} \\ = \frac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

이 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 20 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} \right) \right. \\ &\quad + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-6} \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{-5}{x(x-5)} + \frac{-5}{(x-1)(x-6)} \right\} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{(x-1)(x-6) + x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{2x^2 - 12x + 6}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{15(x^2 - 6x + 3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)} \\ \therefore a+b+c+d &= 1+5+6+15 = 27 \end{aligned}$$

13. a, b, c 가 실수일 때, $a + b = 4ab$, $b + c = 6bc$, $c + a = 8ca$ 이다.
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 의 값을 구한 것은?

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ 9 ④ 18 ⑤ 1

해설

준식을 변형하면 $\frac{a+b}{ab} = 4 \dots ①$

$$\frac{b+c}{bc} = 6 \dots ②$$

$$\frac{c+a}{ca} = 8 \dots ③ \text{에서}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = 4 \dots ①'$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{b+c}{bc} = 6 \dots ②'$$

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{a} = \frac{a+c}{ca} = 8 \dots ③'$$

①' + ②' + ③' 하면

$$2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 18$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 9$$

14. A, B, C 세 사람은 각각 책 읽는 속도가 다르다. A가 어떤 책을 읽기 시작하고 나서 3시간 지났을 때, B가 같은 책을 읽기 시작하였다. 그로부터 5시간 후에는 A, B가 모두 총 쪽수의 $\frac{1}{3}$ 을 읽었다. C는 이 때부터 같은 책을 읽기 시작하여 B와 동시에 책을 다 읽었다. A가 다른 책을 6시간 걸려서 다 읽는다면 C가 그 책을 모두 읽는 데 걸리는 시간은?
- ① 1시간 50분 ② 2시간 10분 ③ 2시간 30분
④ 2시간 50분 ⑤ 3시간 10분

해설

B는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 5시간 걸려서 읽었으므로 책을 다 읽는 데는 15시간이 걸린다.
A는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 읽는 데 B보다 3시간이 더 걸리므로 책을 다 읽는 데는 $(5 + 3) \times 3 = 24$ (시간)이 걸린다.
또, B가 전체의 $\frac{2}{3}$ 를 읽는 데 걸린 시간과 C가 책 전체를 읽는 데 걸린 시간이 같으므로
C는 책을 다 읽는 데 $15 \times \frac{2}{3} = 10$ (시간)이 걸린다.
따라서 같은 책을 읽을 때, A와 C의 책 읽는 데 걸리는 시간의 비가 24 : 10이므로
C가 A가 읽은 다른 책을 읽는 데 걸리는 시간을 x 라 하면
 $24 : 10 = 6 : x$
 $\therefore x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$ (시간)
따라서 2시간 30분이 걸린다.

15. 분수함수 $y = \frac{x+k}{x}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
 - ② 점(0, 1)에 대하여 대칭이다.
 - ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에 가까워진다.
 - ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
 - ⑤ $y = -x + 1$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 0$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (0, 1) 에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에서 멀어진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (0, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.