1. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 수학 성적의 평균이 8 점 일 때, A 의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

	A	B	C	D	E
편차(점)	-1	2	0	x	1

① 5 점, $\sqrt{2}$ 점　② 6 점, $\sqrt{2}$ 점　③ 6 점, $\sqrt{3}$ 점
④ 7 점, $\sqrt{2}$ 점　⑤ 8 점, $\sqrt{3}$ 점

해설

A 의 성적은 $8-1=7$(점)
또한, 편차의 합은 0 이므로
$-1+2+0+x+1=0$
$x+2=0$, $\therefore\ x=-2$
따라서 분산이
$\dfrac{(-1)^2+2^2+0^2+(-2)^2+1^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
이므로 표준편차는 $\sqrt{2}$ 점 이다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급에 대한 학생들의 몸무게에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 가장 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

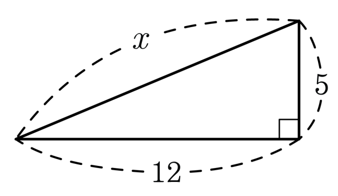
이름	A	B	C	D	E
평균(kg)	67	61	65	62	68
표준편차(kg)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A, B　② A, C　③ B, C　④ B, E　⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 A이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 C이다.

3. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

피타고라스 정리에 따라
$5^2 + 12^2 = x^2$
$x^2 = 169$
$x > 0$ 이므로 $x = 13$ 이다.

4. 철수의 4 회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84 점이 되겠는가?

① 90 점 ② 92 점 ③ 94 점 ④ 96 점 ⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균)$= \dfrac{80+82+86+76+x}{5} = 84$

$\dfrac{324+x}{5} = 84$

$324 + x = 420$

$\therefore x = 96$(점)

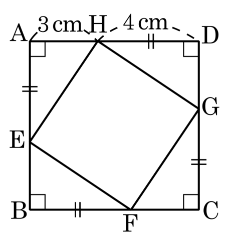
5. 다음 네 개의 변수 $a,\ b,\ c,\ d$ 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a+1,\ b+1,\ c+1,\ d+1$의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균보다 1 만큼 크다.
② $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균보다 3 배만큼 크다.
③ $2a+3,\ 2b+3,\ 2c+3,\ 2d+3$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차보다 2 배만큼 크다.
④ $4a+7,\ 4b+7,\ 4c+7,\ 4d+7$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차의 4 배이다.
⑤ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$ 의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$ 의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차의 3 배이다.

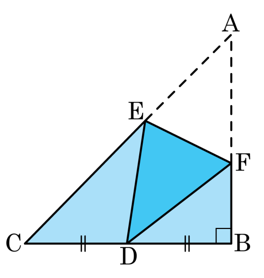
6. 다음 그림과 같은 정사각형에서 $\overline{EH}$ 의 길이는?



① $5\,cm$　② $6\,cm$　③ $7\,cm$
④ $4\sqrt{2}\,cm$　⑤ $\frac{9}{2}\,cm$

해설
$\overline{AE} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{AE} = 4\,cm$
따라서 $\overline{EH} = 5\,cm$ 이다.

7. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. 다음 중 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?

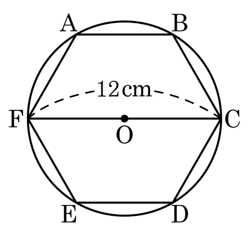


① $\angle AFE = \angle DFE$
② $\overline{AF} = \overline{FD}$
③ $\overline{BF} = \overline{DC}$
④ $\overline{AE} = \overline{ED}$
⑤ $\angle BFD = \angle DEC$

해설

③ $\overline{BF} \neq \overline{DC} = \overline{DB}$ 이다.
⑤ $\angle BFD \neq \angle DEC$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 지름이 12 cm 인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 $a\sqrt{b}\,\text{cm}^2$ 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, b는 최소의 자연수이다.)



① 16 ② 18 ③ 20

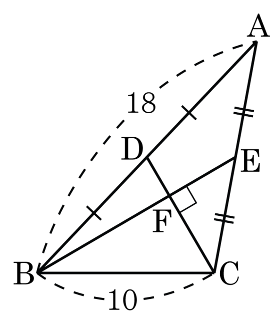
④ 22 ⑤ 24

해설

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \times 6 = 54\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

$\therefore\ \frac{a}{b} = \frac{54}{3} = 18$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$　② $3\sqrt{11}$　③ $4\sqrt{11}$　④ $5\sqrt{11}$　⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

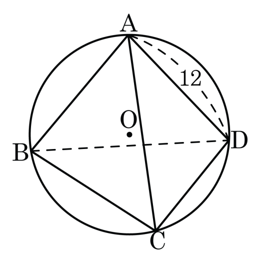
10. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$
$14k^2 = 224$, $k^2 = 16$
$k > 0$ 이므로 $k = 4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

11. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

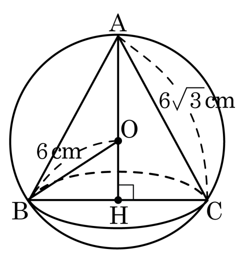
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



① $81\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $84\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $87\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $90\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $93\pi\,\mathrm{cm}^3$

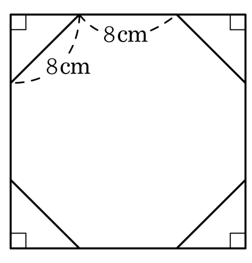
해설

$\triangle\mathrm{OBH}$ 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle\mathrm{ABH}$ 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{\mathrm{OH}})^2 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{\mathrm{OH}})^2$
$12\overline{\mathrm{OH}} = 36 \quad \therefore \overline{\mathrm{OH}} = 3\,(\mathrm{cm})$

㉠에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore\ \overline{\mathrm{BH}} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6+3) = 81\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$　② $(4+8\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$

③ $(6+8\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$　④ $(8+\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$

⑤ $(8+8\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360°}{8} = 45°$

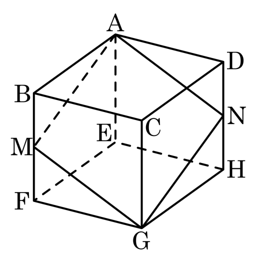
잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x : 8 = 1 : \sqrt{2}$

$x = 4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 두 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점일 때, □AMGN 의 넓이는?



① $32\,\mathrm{cm}^2$　② $64\,\mathrm{cm}^2$

③ $32\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$　④ $64\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $64\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{MG}} = \overline{\mathrm{GN}} = \overline{\mathrm{AN}} = \sqrt{8^2+4^2} = 4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로

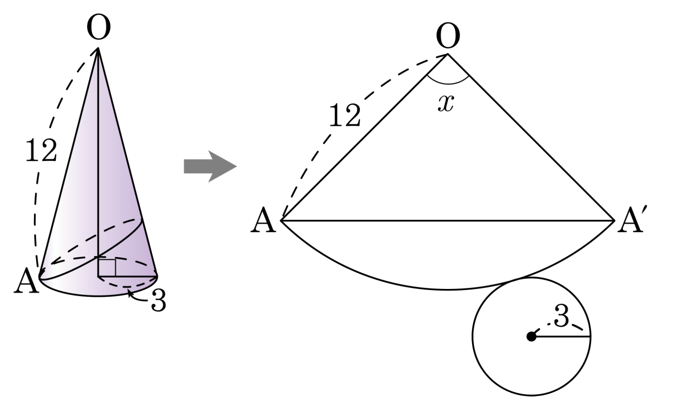
□AMGN 은 마름모이다.

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{8^2+8^2+8^2} = 8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{MN}} // \overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ □AMGN $= 8\sqrt{3} \times 8\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{6}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 이고, 밑면의 원의 반지름의 길이가 3 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 중심각 x 의 크기와 최단거리가 바르게 짝지어진 것은?



① 60°, 12cm ② 60°, $12\sqrt{2}$cm ③ 90°, 12cm

④ 90°, $12\sqrt{2}$cm ⑤ 120°, 12cm

해설

전개도에서 점 A 와 A′ 사이의 최단 거리는 선분 AA′ 이다.
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 x는

$x = \frac{3}{12} \times 360° = 90°$,

최단거리 $\overline{AA'} = 12\sqrt{2}$cm 이다.