

1. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

2. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\ &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\ &= \frac{-2(x^2-6x+8+x^2-4x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{-2(2x^2-10x+11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &\therefore a=-4, b=20, c=-22 \\ &\therefore a+b+c=-6 \end{aligned}$$

3. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1}$$

- ① x

② x^2

③ $\frac{1}{x}$

④ $\frac{1}{x^2}$

⑤ $\frac{1}{x^2+1}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{x^3-1}{x^4+x^2+1} \times \frac{x^3+1}{x^4-1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x^2-x+1)(x^2+x+1)} \\ &\quad \times \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x^2+1)(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{1}{x^2+1} \end{aligned}$$

4. $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때, $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\frac{x}{y}$

③ $\frac{y}{x}$

④ $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤ $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

5. 분수함수 $y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선이 $x=1, y=6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5

② 5

③ -7

④ 7

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$ 의 점근선은 $x=1, y=6$ 이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$\therefore a = -1, b = 6$

$\therefore a+b = 5$

6. $3x = 2y$ 일 때, $\frac{2xy + y^2}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{15}{7}$

② $\frac{17}{8}$

③ $\frac{19}{9}$

④ $\frac{21}{10}$

⑤ $\frac{23}{11}$

해설

$$3x = 2y \Rightarrow y = \frac{3}{2}x$$

$$\therefore \frac{2xy + y^2}{x^2 + xy} = \frac{3x^2 + \frac{9}{4}x^2}{x^2 + \frac{3}{2}x^2} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{21}{10}$$

7. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

8. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서
 $a = 4$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

9. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1 만큼
평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을
구하면?

① 8 ② 6 ③ 1 ④ -6 ⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,
 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 것은 반대로
 $y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,
 y 축의 방향으로 -1 만큼 이동시킨것과 같다.
 $y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$
따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로
 $\therefore abc = 6$

10. 유리함수 $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x = \frac{ay}{3y+2}$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

11. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{43}{30}$ 을 만족하는 네 자연수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

우변을 좌변의 형태로 바꿔 나간다.

$$\frac{43}{30} = 1 + \frac{13}{30} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{13}}$$
$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{13}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$$

$\Rightarrow a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$
 $\therefore a + b + c + d = 10$

12. $x + y = 6$, $xy = 4$ (단, $x > y$) 일 때, $\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ 의 값은?

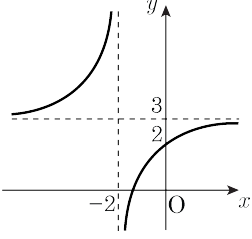
- ① $\frac{2\sqrt{5}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{5}}{9}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 6, \quad xy = 4 \quad (x > y) \text{ 이면} \\ (x - y)^2 &= (x + y)^2 - 4xy = 36 - 16 = 20 \\ \therefore x - y &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \quad (\because x > y) \\ (\text{준 식}) &= \frac{(x - y)^3 + 3xy(x - y)}{(x + y)^3 - 3xy(x + y)} \\ &= \frac{\sqrt{20}^3 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{20}}{6^3 - 3 \cdot 4 \cdot 6} \\ &= \frac{4\sqrt{5}}{9} \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 주어진 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 점근선이 $x = -2, y = 3$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5
 ④ 7 ⑤ 9



해설

점근선이 $x = -2, y = 3$ 이므로 $y = 3 + \frac{k}{x+2}, (k \neq 0)$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = 3 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 3 + \frac{-2}{x+2} = \frac{3x+4}{x+2}$$

$$\therefore a = 3, b = 4, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

14. 소비자 단체에서 백화점의 할인 판매 상품의 가격을 조사하였더니, 각 백화점들은 상품의 정가를 원가보다 높게 거짓으로 표시하여 할인 판매를 하고 있었다. 표시된 정가보다 20 %를 할인하여 팔아도 12 %의 이익을 남기도록 하고 있었다면, 정가는 원가보다 몇 %를 더 높여 표시되었는가? (여기서, 원가는 업자의 이윤까지 포함된 정상적인 판매 가격이다.)

- ① 24 % ② 28 % ③ 32 % ④ 36 % ⑤ 40 %

해설

원가를 A 원이라 하고, $x\%$ 높게 정가를 정했다고 하자.

표시된 정가는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원

할인 판매 가격은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right)$ 이다.

원가에 12 %의 이익이 있게 파는 가격은

$A\left(1 + \frac{12}{100}\right)$ 이므로

$$A\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right) = A\left(1 + \frac{12}{100}\right)$$

$$\frac{100 + x}{100} \cdot \frac{80}{100} A = \frac{112}{100} A$$

$$\frac{100 + x}{100} = \frac{112}{100} \cdot \frac{100}{80} = \frac{7}{5}$$

$$\therefore x = \frac{7}{5} \times 100 - 100 = 40(\%)$$

15. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$