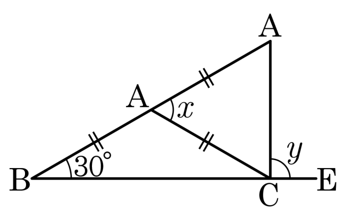
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.

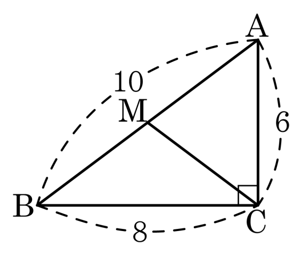


① 150°　② 160°　③ 170°　④ 180°　⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30°$
삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30° + 30° = 60°$
$\therefore \angle x = 60° \cdots$ ㉠
$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형
$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60°$ ($\because$ ㉠)
세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60° + 30° = 90°$
$\angle DCE = 90°$ 이다.
$\therefore \angle y = 90° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60° + 90° = 150°$

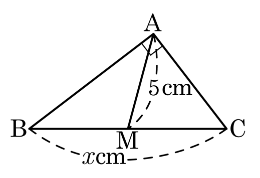
2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MC}}$의 길이는?



① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

> 해설
>
> 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
> $\overline{\mathrm{MA}} = \overline{\mathrm{MB}} = \overline{\mathrm{MC}}$이다.
> $\therefore \overline{\mathrm{MC}} = 5$

3. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, x 의 값은?

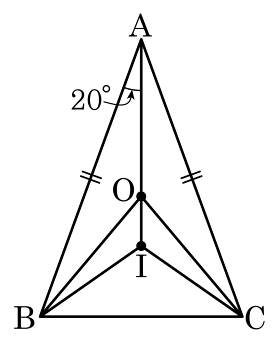


① 5 cm　② 10 cm　③ 15 cm
④ 20 cm　⑤ 25 cm

해설

점 M 은 외심이므로, $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}} = 5\,\mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = 2 \times 5 = 10\ (\mathrm{cm})$

4. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?

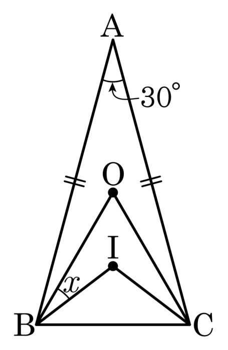


① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40^\circ$ 이므로
$\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15 ② 22.5 ③ 25 ④ 27.5 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30°$ 이므로

$\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

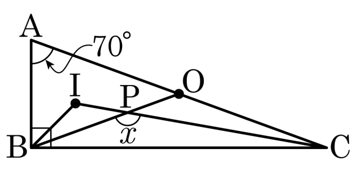
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$　② $130°$　③ $140°$　④ $150°$　⑤ $160°$

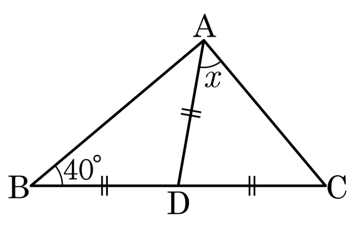
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이고 $\mathrm{B} = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°　② 45°　③ 50°　④ 55°　⑤ 60°

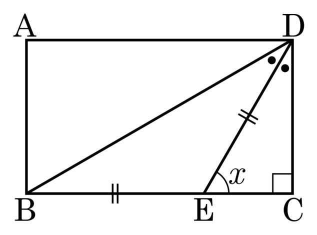
해설

$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{BAD} = 40°$ 이므로

$\angle\mathrm{ADC} = 40° + 40° = 80°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DE}}$, $\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CDE}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 65°

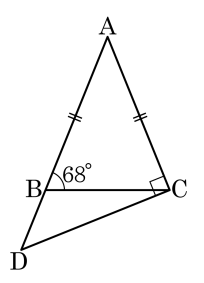
해설

$\angle\mathrm{BDE} = \angle a$ 라고 하면 $\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{CDE} = \angle a$ 이고, $\angle x = 2\angle a$
$\triangle\mathrm{CDE}$ 의 내각의 합을 이용하면

$$\begin{aligned} 180^\circ &= \angle\mathrm{CDE} + \angle\mathrm{DEC} + \angle\mathrm{ECD} \\ &= \angle a + 2\angle a + 90^\circ \\ &= 3\angle a + 90^\circ \end{aligned}$$

$\therefore \angle a = 30^\circ$
한편 $\angle x = 2\angle a$ 이므로
$\therefore \angle x = 60^\circ$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?

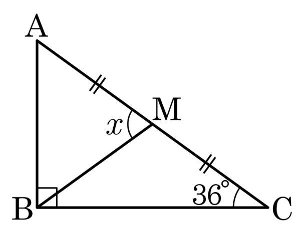


① $46°$ ② $48°$ ③ $50°$ ④ $52°$ ⑤ $54°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = 180° - 2 \times 68° = 44°$
$\triangle ADC$ 에서
$\angle BDC = 180° - (44° + 90°) = 46°$

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle\mathrm{ACB} = 36°$ 일 때 $\angle\mathrm{AMB}$ 의 크기는?

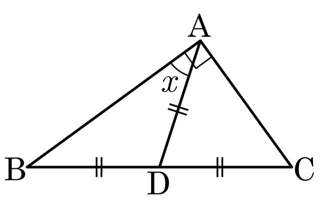


① 62°　② 64°　③ 68°　④ 70°　⑤ 72°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle\mathrm{BMC}$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle\mathrm{MCB} = \angle\mathrm{MBC} = 36°$
$\angle\mathrm{AMB} = \angle\mathrm{MCB} + \angle\mathrm{MBC} = 36° + 36° = 72°$

11. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

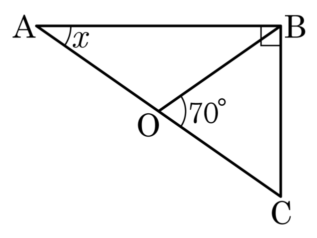


① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$
$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$
$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
$\angle B : \angle C = 2:3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2:3$
$\angle BAD = \dfrac{2}{2+3}\times 90^\circ = \dfrac{2}{5}\times 90^\circ = 36^\circ$

12. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?

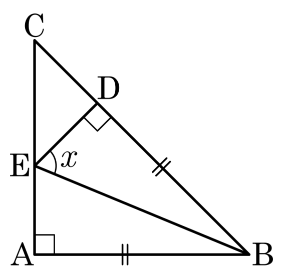


① 32° ② 35° ③ 38° ④ 42° ⑤ 45°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.
$\angle AOB = 180° - \angle COB = 110°$
$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\angle OAB = \angle OBA = 35°$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

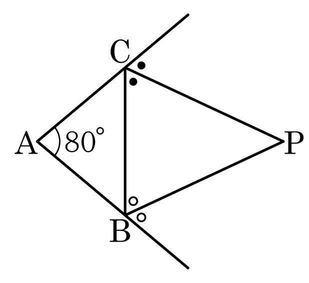


① 60°　② 62.5°　③ 65°　④ 67.5°　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,
$\angle ABC = 45°$
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.
$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$
$\triangle DBE$ 에서
$\therefore \ \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$

14. 다음 그림의 △ABC 에서 ∠B 의 외각의 이등분선과 ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 P 라고 하고, ∠BAC = 80° 일 때, ∠BPC 의 크기는?

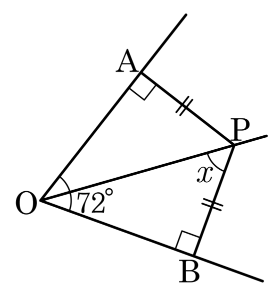


① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설

$90° - \frac{80°}{2} = 50°$

15. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A = \angle B = 90°$

ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$

iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$(RHS합동) 이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로

$\angle AOP = \angle BOP = 36°$

$\therefore \angle x = 90° - 36° = 54°$