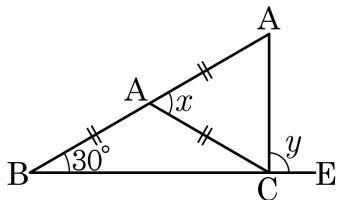


1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$$\therefore \angle x = 60^\circ \dots \textcircled{㉠}$$

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \textcircled{㉠})$$

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

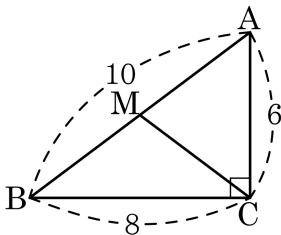
$$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle y = 90^\circ \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에 의해 } \angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{MC}$ 의 길이는?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
 $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC}$ 이다.

$$\therefore \overline{MC} = 5$$

3. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이
라고 할 때, x 의 값은?

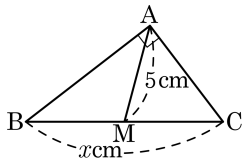
① 5 cm

② 10 cm

③ 15 cm

④ 20 cm

⑤ 25 cm

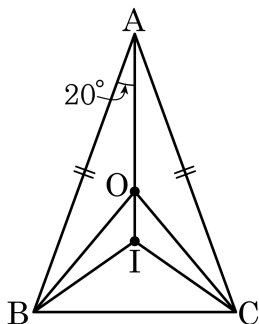


해설

점 M 은 외심이므로, $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5 \text{ cm}$

$\therefore \overline{BC} = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$

4. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

⑤ 70°

해설

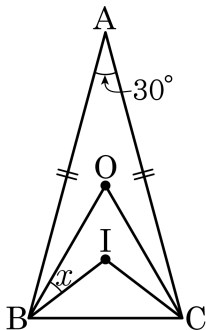
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15

② 22.5

③ 25

④ 27.5

⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A, \angle A = 30^\circ \text{ 이므로}$$

$\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC \text{ 이므로}$$

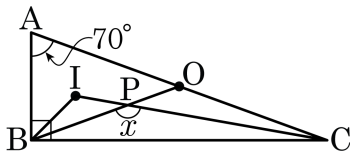
$$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30^\circ + 90^\circ = 105^\circ \text{ 이다.}$$

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60^\circ$ 이다.

$$\text{또, } \angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60^\circ - 37.5^\circ = 22.5^\circ \text{ 이다.}$$

6. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120°

② 130°

③ 140°

④ 150°

⑤ 160°

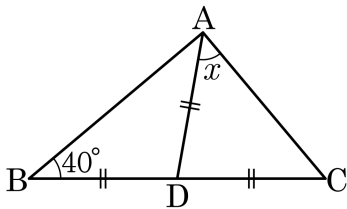
해설

$$\angle ACB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ \text{ 이므로 } \angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10^\circ$$

$$\triangle OBC \text{ 에서 } \overline{OB} = \overline{OC} \text{ 이므로 } \angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $B = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°

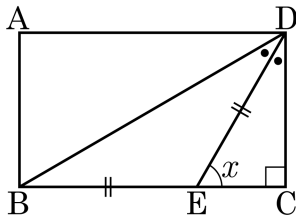
해설

$\angle B = \angle BAD = 40^\circ$ 이므로

$\angle ADC = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{DE}$, $\angle BDE = \angle CDE$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45°

② 50°

③ 55°

④ 60°

⑤ 65°

해설

$\angle BDE = \angle a$ 라고 하면 $\angle BDE = \angle CDE = \angle a$ 이고, $\angle x = 2\angle a$

$\triangle CDE$ 의 내각의 합을 이용하면

$$180^\circ = \angle CDE + \angle DEC + \angle ECD$$

$$= \angle a + 2\angle a + 90^\circ$$

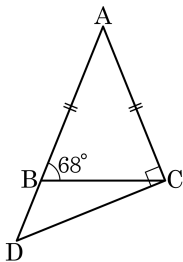
$$= 3\angle a + 90^\circ$$

$$\therefore \angle a = 30^\circ$$

한편 $\angle x = 2\angle a$ 이므로

$$\therefore \angle x = 60^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AC} \perp \overline{DC}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



- ① 46° ② 48° ③ 50° ④ 52° ⑤ 54°

해설

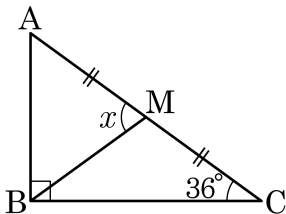
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 68^\circ = 44^\circ$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\angle BDC = 180^\circ - (44^\circ + 90^\circ) = 46^\circ$$

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62°

② 64°

③ 68°

④ 70°

⑤ 72°

해설

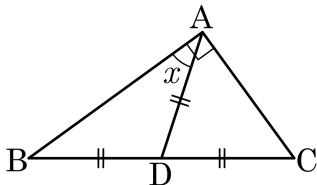
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \dots \textcircled{1}$

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$$

$$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

11. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30°

② 32°

③ 34°

④ 36°

⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)

$\angle ABD = \angle BAD = \angle B$

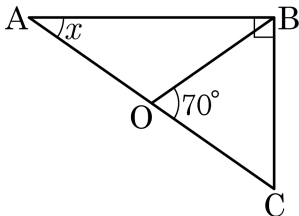
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$

$$\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

12. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O는 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32°

② 35°

③ 38°

④ 42°

⑤ 45°

해설

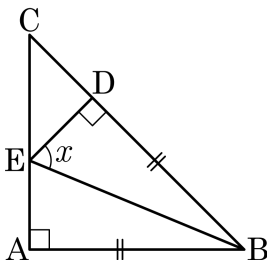
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle COB = 110^\circ$$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60°

② 62.5°

③ 65°

④ 67.5°

⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,

$$\angle ABC = 45^\circ$$

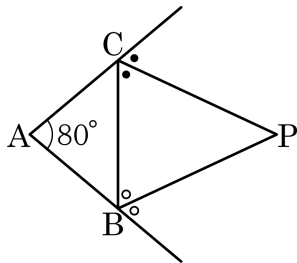
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.

$$\angle EBD = 45^\circ \times \frac{1}{2} = 22.5^\circ$$

$\triangle DBE$ 에서

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ$$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 P 라고 하고, $\angle BAC = 80^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?



① 45°

② 50°

③ 55°

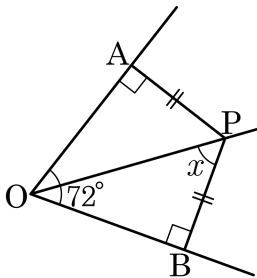
④ 60°

⑤ 65°

해설

$$90^\circ - \frac{80^\circ}{2} = 50^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\angle AOB = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 50°

② 52°

③ 54°

④ 56°

⑤ 58°

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서

i) $\angle A = \angle B = 90^\circ$

ii) $\overline{AP} = \overline{BP}$

iii) $\overline{OP}$ 는 공통

i), ii), iii)에 의해 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHS합동)이다. 합동인 도형의 대응각의 크기는 같으므로

$$\angle AOP = \angle BOP = 36^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$