

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{4, 5, 7\}$, $B^c = \{3, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 2, 9, 10\}$

해설

$$A = (A^c)^c = \{1, 2, 3, 6, 8, 9, 10\}$$

$$B = (B^c)^c = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\}$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 2, 9, 10\}$$

2. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.
- ② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 $\emptyset$ 과 $\{3\}$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

3. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

4. $\{a\} \subset X \subset \{a, b, c, d\}$ 이고 원소의 개수가 3 개인 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$\{a\} \subset X \subset \{a, b, c, d\}$ 이므로
 a 를 포함하는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 집합을 구하면 된다.
 a 를 제외한 $\{b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 집합을 구하면 $\{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$ 의 3개이므로, a 를 포함하는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 집합은 $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}$ 의 3개이다.

5. $\{2, 3\} \subset X \subset \{2, 3, 5, 7\}$ 이고 원소의 개수가 4 개인 집합 X 의 원소들의 합은?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$\{2, 3\} \subset X \subset \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로
원소로 2, 3을 포함하는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 집합을 구하면 된다.

원소 2, 3을 제외한 $\{5, 7\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{5\}, \{7\}, \{5, 7\}$ 의 4개가 있으므로, 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합에는 $\{2, 3\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 이 있다. 이 중 원소의 개수가 4 개인 것은 $\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2+3+5+7=17$ 이다.

6. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$\{1, 3\} \subset X \subset A, n(X) = 4$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

X 는 원소 1, 3을 뺀 $\{2, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합에 원소 1, 3을 포함시킨 $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$ 의 3개이다.

7. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳은 것은?

① $\emptyset^c = A$

② $U^c = A$

③ $(A^c)^c = U$

④ $A \cup U = A$

⑤ $A \cap U = A$

해설

① $\emptyset^c = U$

② $U^c = \emptyset$

③ $(A^c)^c = A$

④ $A \cup U = U$

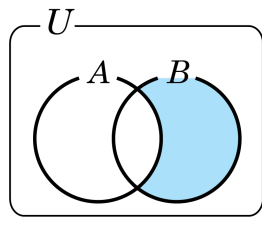
8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합이 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\}, C = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A \cap B) \cap C^c$ 은?

- ① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{1, 2\}$
④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$(A \cap B) \cap C^c = (A \cap B) - C = \{2, 3\} - \{3, 5, 6\} = \{2\}$ 이다.

9. $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$n(A) = 8, n(A - B) = 5$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.
 $n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.
따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

10. 어느 학급의 학생 중 농구를 좋아하는 학생이 32 명, 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 농구와 야구를 모두 좋아하는 학생이 9 명이다. 이 때, 농구 또는 야구를 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 49명

해설

농구를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 야구를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

농구와 야구를 동시에 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 9$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 32 + 26 - 9$$

$x = 49$

11. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A 는 12의 약수들의 모임이므로 $a = 12$ 이다.

12. 집합 A 와 B 가 서로소이고 $C \subset B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ①

$A \cap C = \emptyset$
- ②

$A \cap C = C$
- ③

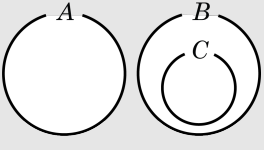
$A \cup C = A$
- ④

$B \cup C = B$
- ⑤

$\{\{1\}, 1\} \subset A$

해설

$A \cap B = \emptyset$, $C \subset B \therefore A \cap C = \emptyset, B \cup C = B$



13. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A \cup \emptyset = A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ③ $B \subset (A \cap B)$

④ $(A \cap B) \subset A$
- ⑤ $A \cup B \neq B \cup A$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

③ $B \subset (A \cup B)$

④ $(A \cap B) \subset A$

⑤ $A \cup B = B \cup A$

14. 두 집합 A, B 가 전체집합 U 의 부분집합일 때, 다음을 간단히 하면?

$$(A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c]$$

- ① A
- ② B
- ③ U
- ④ $\emptyset$
- ⑤ $A \cap B$

해설

$$\begin{aligned} & (A \cup B) \cap [(A^c \cap B^c)^c \cap (A^c \cap B)^c] \\ &= (A \cup B) \cap [(A \cup B) \cap (A \cup B^c)] \\ &= (A \cup B) \cap [A \cup (B \cap B^c)] \\ &= (A \cup B) \cap A = A \end{aligned}$$

15. $(A^c \cap B^c) \cup (A \cup B)$ 을 간단히 하면?

① A

② B

③ $\emptyset$

④ U

⑤ $A \cap B$

해설

$$\begin{aligned}(A^c \cap B^c) \cup (A \cup B) &= (A \cup B)^c \cup (A \cup B) \\ &= U\end{aligned}$$

16. $(A - B) \cup (A \cap B)$ 를 간단히 하면?

- ① A ② B ③ A^c ④ B^c ⑤ $\emptyset$

해설

$$\begin{aligned}(A \cap B^c) \cup (A \cap B) &= A \cap (B^c \cup B) \\ &= A \cap U = A\end{aligned}$$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = \{3, 5, 7\}$ 일 때, 집합 B 를 구하면?

① $\{4, 6\}$

② $\{4, 5, 6\}$

③ $\{4, 6, 7\}$

④ $\{5, 6, 7\}$

⑤ $\{4, 5, 6, 7\}$

해설

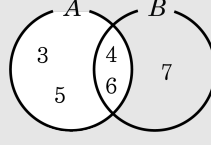
$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c$ 이므로

$(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c$

$= (A \cup B) - (A \cap B) = \{3, 5, 7\}$

그런데 $A = \{3, 4, 5, 6\}$ 이므로

벤다이어그램에서 $B = \{4, 6, 7\}$



18. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 1\}$, $B = \{3, a, a - 1\}$ 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = B$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① $a = 1$

② $a = -1$

③ $a = 3$

④ $a = -2$

⑤ $a = 2$

해설

$$(A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = (A \cup B) \cap (A \cup B) = A \cup (B \cap B) = A \cup \phi = A$$

$\therefore A = B \Rightarrow a^2 - 1 = 3, a = \pm 2$ 여기서 $a = -2$ 이면 $B = \{3, -2, -3\}$ 이 되어 성립하지 않는다.

$$\therefore a = 2$$

19. 두 집합 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합 $C = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

- ① $\{0\}$
- ② $\{0, 1\}$
- ③ $\{0, 1, 2\}$
- ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$
이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

20. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① $A = B, B = C$ 이면 $A = C$ 이다.
- ② $A \supset B, B = C$ 이면 $A \supset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ④ $A \supset B, B \supset C, C \supset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $n(A) < n(B) < n(C)$ 이면 $A \subset B \subset C$ 이다.

해설

⑤ 예를 들어 $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{6, 7, 8, 9\}$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이지만 $A \subset B \subset C$ 는 아니다.

21. 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, U 는 전체집합 이고, A^c 는 A 의 여집합이다.)

- ① $A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이다.
- ② $A = B^c$ 이면 $A \cup B = U$ 이다.
- ③ $A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ 이면 $A \cup B = U$ 이다.
- ④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.
- ⑤ $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A^c \cup B = U$ 이다.

해설

- ① $A \subset B$ 이므로 $B^c \subset A^c$
- ② $A = B^c$ 이므로 $A \cup B = B^c \cup B = U$
- ③ 예를 들어 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ 일 때, $A \cap B = \emptyset$ 이지만 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \neq U$ 이므로 옳지 않다.
- ④ $A \subset B, A \subset C$ 이므로 $A \subset (B \cap C) \subset (B \cup C)$
 $\therefore A \subset (B \cup C)$
- ⑤ $A \cap B^c = \emptyset$ 에서 $(A \cap B^c)^c = \emptyset^c$
 $\therefore A^c \cup B = U$

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$B^c - A^c = B^c \cap (A^c)^c = B^c \cap A = B - A = (A \cap B)$$

$\textcircled{\neg}$

$\textcircled{\sqsubset}$

$\textcircled{\sqsupset}$

$\textcircled{\supset}$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\sqsupset}$

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 $\textcircled{\sqsupset} B - A$ 이다.