1. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}$, $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a}+\sqrt{b}$　② $\sqrt{2(a+b)} \le \sqrt{a}+\sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a}+\sqrt{b}$　④ $\sqrt{2(a+b)} \ge \sqrt{a}+\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$

2. $a > 0$, $b > 0$일 때, 다음 식 $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{9}{a}\right)$의 최솟값을 구하면?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

3. 양수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=9$일 때 abc의 최댓값은?

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

4. $x \geq 0$, $y \geq 0$이고 $x + 3y = 8$일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{3y}$의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

5. n이 자연수 일 때, $2^{10n}, 1000^{n}$ 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^{n}$ ② $2^{10n} \leq 1000^{n}$ ③ $2^{10n} > 1000^{n}$
④ $2^{10n} \geq 1000^{n}$ ⑤ $2^{10n} = 1000^{n}$

6. 다음은 임의의 실수 $a,\ b$ 에 대하여 부등식 $|a+b| \le |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
$= 2(\quad ㉠ \quad) \ge 0$
$\therefore (|a|+|b|)^2 \ge |a+b|^2$
그런데 $|a|+|b| \ge 0,\ |a+b| \ge 0$ 이므로
$|a|+|b| \ge |a+b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

① $|ab|+ab,\ |ab|=ab,\ ab \le 0$

② $|ab|+ab,\ |ab|=-ab,\ ab \ge 0$

③ $|ab|-ab,\ |ab|=-ab,\ ab \le 0$

④ $|ab|-ab,\ |ab|=ab,\ ab \ge 0$

⑤ $|ab|-ab,\ |ab|=ab,\ ab \le 0$

7. 다음 중 세 수 3^{30}, 4^{20}, 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$
② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$
③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$
④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$
⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

8. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$ 이면 $a < c$

㉡ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉢ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > ab$

㉣ $|a| + |b| > |a + b|$

㉤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉠ ③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉣, ㉤

9. $a+b=9$를 만족하는 양수 a, b에 대하여 $[ab]$의 최댓값을 구하여라.
(단, $[x]$는 x를 넘지않는 최대의 정수이다.)

답: ________

10. $a > 0,\ b > 0$ 일 때, $(2a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{8}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: ________

11. $x > 0,\ y > 0$일 때, $\left(3x + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 12y\right)$의 최솟값을 구하여라.

답: ________

12. $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$의 최솟값을 구하여라.

답: ________

13. $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

답: ________

14. $a > 1$일 때 $b = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{a}\right)$, $c = \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{b}\right)$이라 한다. a, b, c의 대소 관계로 옳은 것은?

① $a > b > c$　　② $a > c > b$　　③ $b > c > a$
④ $b > a > c$　　⑤ $c > b > a$

15. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

> **증명**
>
> 양수 $a,\ b,\ H$에 대하여
> 적당한 실수 r가 존재하여
> $a = H + \frac{a}{r},\ H = b + \frac{b}{r} \cdots\ (A)$가 성립한다고 하자.
> 그러면 $a \neq b$이고 $\frac{a-H}{a} =$ (가) $\cdots (B)$ 이므로
> $H =$ (나)이다.
> 역으로, $a \neq b$인 양수 $a,\ b$에 대하여
> $H =$ (나)이면,
> 식 (B)가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$이다.
> (B)에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$이라 놓으면
> 식 (A)가 성립한다. 따라서 양수 $a,\ b,\ H$에 대하여 적당한 실수
> r이 존재하여
> 식 (A)가 성립하기 위한 (다) 조건은
> $a \neq b$이고 $H =$(나)이다.

위의 증명에서 (가) , (나) , (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

① $\frac{H-b}{b},\quad \frac{2ab}{a+b}$, 필요충분
② $\frac{H-b}{b},\quad \frac{ab}{a+b}$, 필요충분
③ $\frac{H-b}{b},\quad \frac{2ab}{a+b}$, 충분
④ $\frac{b-H}{b},\quad \frac{2ab}{a+b}$, 필요
⑤ $\frac{b-H}{b},\quad \frac{ab}{a+b}$, 충분

16. 이차방정식 $x^2-4x+4a=0$ (a는 실수) 이 허근을 가질 때, $a-1+\dfrac{9}{a-1}$의 최솟값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

17. $x+y+z=4$, $x^2+y^2+z^2=6$을 만족하는 실수 $x,\ y, z$에 대하여 x가 취할 수 있는 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\frac{M}{m}$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

18. 서로 다른 세 양수 p, q, r에 대하여 $\frac{2}{p+q}+\frac{2}{q+r}+\frac{2}{r+p} \geq \frac{k}{p+q+r}$이 성립할 때 k의 최댓값은?

① 2　　② 5　　③ 9　　④ 12　　⑤ 18

19. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

20. $x > 3$일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$의 최솟값은?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

21. 양수 x에 대하여 $\dfrac{x^2+2x+2}{x}$는 $x = a$에서 최솟값 b를 가질 때, $-2a+b+1$의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

22. 세 양수 x, y, z가 $x+y+z=1$을 만족할 때, $\left(2+\frac{1}{x}\right)\left(2+\frac{1}{y}\right)\left(2+\frac{1}{z}\right)$의 최소값을 구하여라.

답: ________