

1.  $a > 0, b > 0$  일 때,  $\sqrt{2(a+b)}$ ,  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  의 대소를 바르게 나타낸 것은?

①  $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

②  $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③  $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④  $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤  $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2.  $a > 0, b > 0$  일 때, 다음 식  $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

3. 양수  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 에 대하여  $a+b+c=9$ 일 때  $abc$ 의 최댓값은?

- ① 19
- ② 21
- ③ 23
- ④ 25
- ⑤ 27

4.  $x \geq 0, y \geq 0$  이고  $x + 3y = 8$  일 때,  $\sqrt{x} + \sqrt{3y}$ 의 최댓값은?

① 2

② 3

③  $\sqrt{10}$

④  $\sqrt{15}$

⑤ 4

5.  $n$ 이 자연수 일 때,  $2^{10n}$ ,  $1000^n$  의 대소를 비교하면?

①  $2^{10n} < 1000^n$

②  $2^{10n} \leq 1000^n$

③  $2^{10n} > 1000^n$

④  $2^{10n} \geq 1000^n$

⑤  $2^{10n} = 1000^n$

6. 다음은 임의의 실수  $a, b$ 에 대하여 부등식  $|a+b| \leq |a| + |b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= 2( \quad ㉠ \quad ) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2 \end{aligned}$$

그런데  $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$  이므로

$|a| + |b| \geq |a + b|$  (단, 등호는 ( ㉡ ), 즉 ( ㉢ )일 때, 성립)

- ①  $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$
- ②  $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$
- ③  $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$
- ④  $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$
- ⑤  $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

7. 다음 중 세 수  $3^{30}$ ,  $4^{20}$ ,  $12^{15}$ 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

①  $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

②  $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③  $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④  $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤  $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

8. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단,  $a, b, c$  는 실수)

보기

㉠  $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$  이면  $a < c$

㉡  $a > b$  이면  $ac > bc$

㉢  $a < b < 0$  이면  $a^2 > ab$

㉣  $|a| + |b| > |a + b|$

㉤  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉤

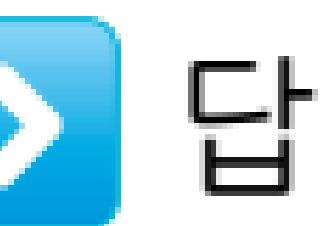
② ㉡, ㉢, ㉠

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉤

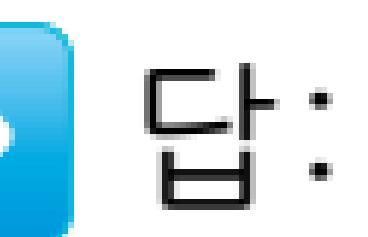
9.  $a + b = 9$ 를 만족하는 양수  $a, b$ 에 대하여  $[ab]$ 의 최댓값을 구하여라.  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)



단:

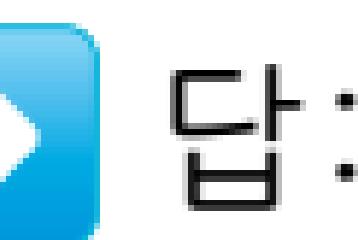
---

10.  $a > 0, b > 0$  일 때,  $(2a + b) \left( \frac{1}{a} + \frac{8}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.



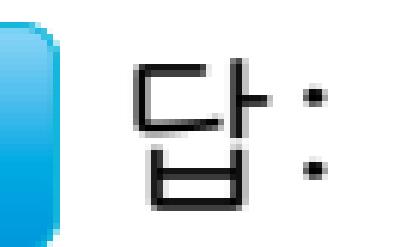
답:

11.  $x > 0, y > 0$  일 때,  $\left(3x + \frac{1}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + 12y\right)$  의 최솟값을 구하여라.



답:

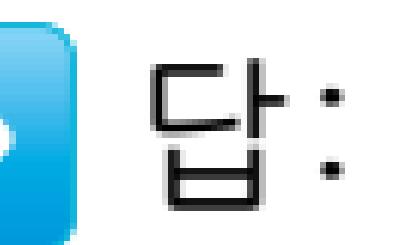
12.  $a > 0, b > 0, c > 0$  일 때,  $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$  의 최솟값을 구하여라.



답:

---

13.  $a > 0, b > 0, c > 0$  일 때,  $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$  의 최소값을 구하여라.



답:

---

14.  $a > 1$  일 때  $b = \frac{1}{2} \left( a + \frac{1}{a} \right)$ ,  $c = \frac{1}{2} \left( b + \frac{1}{b} \right)$  이라 한다.  $a, b, c$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ①  $a > b > c$
- ②  $a > c > b$
- ③  $b > c > a$
- ④  $b > a > c$
- ⑤  $c > b > a$

## 15. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수  $a, b, H$ 에 대하여

적당한 실수  $r$ 가 존재하여

$a = H + \frac{a}{r}$ ,  $H = b + \frac{b}{r} \dots$  (A) 가 성립한다고 하자.

그러면  $a \neq b$ 이고  $\frac{a-H}{a} = \frac{b-H}{b} \dots$  (B) 이므로

$H = (\text{내})$ 이다.

역으로,  $a \neq b$ 인 양수  $a, b$ 에 대하여

$H = (\text{내})$ 이면,

식 (B)가 성립하고  $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.

(B)에서  $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$ 이라 놓으면

식 (A)가 성립한다. 따라서 양수  $a, b, H$ 에 대하여 적당한 실수  $r$ 이 존재하여

식 (A)가 성립하기 위한 (내) 조건은

$a \neq b$ 이고  $H = (\text{내})$ 이다.

위의 증명에서 (가), (내), (내)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

①  $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$ , 필요충분

③  $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$ , 충분

⑤  $\frac{b-H}{b}, \frac{ab}{a+b}$ , 충분

②  $\frac{H-b}{b}, \frac{ab}{a+b}$ , 필요충분

④  $\frac{b-H}{b}, \frac{2ab}{a+b}$ , 필요

16. 이차방정식  $x^2 - 4x + 4a = 0$  ( $a$ 는 실수) 이 허근을 가질 때,  $a - 1 + \frac{9}{a - 1}$ 의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

17.  $x+y+z=4$ ,  $x^2+y^2+z^2=6$ 을 만족하는 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $x$ 가  
취할 수 있는 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

18. 서로 다른 세 양수  $p, q, r$ 에 대하여  $\frac{2}{p+q} + \frac{2}{q+r} + \frac{2}{r+p} \geq \frac{k}{p+q+r}$   
이 성립할 때  $k$ 의 최댓값은?

① 2

② 5

③ 9

④ 12

⑤ 18

19. 양의 실수  $a, b, c$  사이에 대하여  $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$  의  
최솟값을 구하여라.

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

20.  $x > 3$  일 때  $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$  의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

21. 양수  $x$ 에 대하여  $\frac{x^2 + 2x + 2}{x}$ 는  $x = a$ 에서 최솟값  $b$ 를 가질 때,  
 $-2a + b + 1$ 의 값은?

① 3

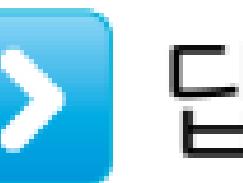
② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

22. 세 양수  $x, y, z$  가  $x + y + z = 1$  을 만족할 때,  
 $\left(2 + \frac{1}{x}\right)\left(2 + \frac{1}{y}\right)\left(2 + \frac{1}{z}\right)$  의 최소값을 구하여라.



답: