

1. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식 $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

3. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 9$ 일 때 abc 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

⑤ 27

4. $x \geq 0, y \geq 0$ 이고 $x + 3y = 8$ 일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{3y}$ 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ $\sqrt{10}$

④ $\sqrt{15}$

⑤ 4

5. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$

② $2^{10n} \leq 1000^n$

③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$

⑤ $2^{10n} = 1000^n$

6. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2$$

$$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2$$

$$= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0$$

$$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2$$

그런데 $|a| + |b| \geq 0$, $|a + b| \geq 0$ 이므로

$|a| + |b| \geq |a + b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

- ① $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$
- ② $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$
- ③ $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$
- ④ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$
- ⑤ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

7. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

8. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$ 이면 $a < c$

㉡ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉢ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > ab$

㉣ $|a| + |b| > |a + b|$

㉤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉠

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

9. $a + b = 9$ 를 만족하는 양수 a, b 에 대하여 $[ab]$ 의 최댓값을 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대의 정수이다.)



답:

10. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(2a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{8}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

11. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 12y\right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

12. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

13. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.



답: _____

14. $a > 1$ 일 때 $b = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right)$, $c = \frac{1}{2} \left(b + \frac{1}{b} \right)$ 이라 한다. a, b, c 의
대소 관계로 옳은 것은?

① $a > b > c$

② $a > c > b$

③ $b > c > a$

④ $b > a > c$

⑤ $c > b > a$

15. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수 a, b, H 에 대하여

적당한 실수 r 가 존재하여

$a = H + \frac{a}{r}, H = b + \frac{b}{r} \cdots (A)$ 가 성립한다고 하자.

그러면 $a \neq b$ 이고 $\frac{a-H}{a} = (가) \cdots (B)$ 이므로

$H = (나)$ 이다.

역으로, $a \neq b$ 인 양수 a, b 에 대하여

$H = (나)$ 이면,

식 (B) 가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.

(B) 에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$ 이라 놓으면

식 (A) 가 성립한다. 따라서 양수 a, b, H 에 대하여 적당한 실수 r 이 존재하여

식 (A) 가 성립하기 위한 $(다)$ 조건은

$a \neq b$ 이고 $H = (나)$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

① $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$, 필요충분

② $\frac{H-b}{b}, \frac{ab}{a+b}$, 필요충분

③ $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$, 충분

④ $\frac{b-H}{b}, \frac{2ab}{a+b}$, 필요

⑤ $\frac{b-H}{b}, \frac{ab}{a+b}$, 충분

16. 이차방정식 $x^2 - 4x + 4a = 0$ (a 는 실수) 이 허근을 가질 때, $a - 1 + \frac{9}{a - 1}$ 의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

17. $x + y + z = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 을 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 x 가 취할 수 있는 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

18. 서로 다른 세 양수 p, q, r 에 대하여 $\frac{2}{p+q} + \frac{2}{q+r} + \frac{2}{r+p} \geq \frac{k}{p+q+r}$

이 성립할 때 k 의 최댓값은?

① 2

② 5

③ 9

④ 12

⑤ 18

19. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의
최솟값을 구하여라.

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

20. $x > 3$ 일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

21. 양수 x 에 대하여 $\frac{x^2 + 2x + 2}{x}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때,

$-2a + b + 1$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

22. 세 양수 x, y, z 가 $x + y + z = 1$ 을 만족할 때,

$\left(2 + \frac{1}{x}\right) \left(2 + \frac{1}{y}\right) \left(2 + \frac{1}{z}\right)$ 의 최소값을 구하여라.



답: _____