1. $a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$ 이고, $a+b+c=14$ 일 때, $\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$(1^2+2^2+3^2)\left\{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2\right\}$
$\geq (\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2$
$(\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2 \leq 14(a+b+c)=14^2$
이 때 $a \geq 0,\ b \geq 0, c \geq 0$ 이므로
$0 \leq \sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14 이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

㉠ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$	㉡ $\{2,\ 3,\ 4,\ 8\}$
㉢ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$	㉣ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

집합 A를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \cap \varnothing = A$ ② $B \cup \varnothing = \varnothing$

③ $(A \cap B) \subset B$ ④ $(A \cup B) \subset A$

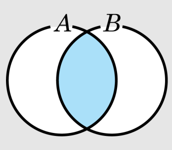
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

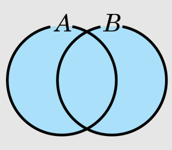
① $A \cap \varnothing = \varnothing$

② $B \cup \varnothing = B$

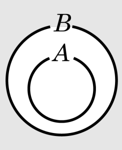
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



4. 두 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라고 할 때, 'p 또는 $\sim q$'를 만족하는 집합을 구하면?

① $P-Q$ ② $Q-P$ ③ $P^c \cup Q$
④ $P \cup Q^c$ ⑤ $P \cap Q^c$

해설
조건 $\sim q$를 만족하는 집합이 Q^c 이므로 'p 또는 $\sim q$'를 만족하는 집합은 $P \cup Q^c$ 이다.

5. 다음 보기 중에서 두 조건 p, q에 대하여 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $p : A \cap B = A,\ q : A \subset B$

ㄴ $p : x > 1$ 이고 $y > 1,\ q : x + y > 2$

ㄷ $p : x + |x| = 0,\ q : x < 0$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

ㄴ 충분조건

ㄷ 필요조건 $p : x + |x| = 0 \rightarrow x \leq 0$

6. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P \cup (Q - P) = P$ 인 관계가 성립한다면 q 는 p 이기 위한 무슨 조건인가?

① p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

② q 는 p 이기 위한 충분조건이다.

③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

④ q 는 p 이기 위한 필요조건이다.

⑤ q 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

$$\begin{aligned} P \cup (Q - P) &= P \cup (Q \cap P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c) \\ &= (P \cup Q) \cap U \\ &= P \cup Q \end{aligned}$$

에서 $P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$

따라서, q 는 p 이기 위한 충분조건이다.

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 $A,\ B$ 가 다음 조건을 모두 만족할 때, $U-(A\cup B)$ 은?

㉠ $U=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$
㉡ $A\cap B^c=\{1\}$
㉢ $A^c\cap B=\{6, 10\}$
㉣ $A\cap B=\{2,\ 4,\ 8\}$

① $\{3,\ 4,\ 5,\ 7,\ 9\}$ ② $\{4,\ 5,\ 7,\ 9\}$
③ $\{4,\ 7,\ 9\}$ ④ $\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$
⑤ $\{3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

해설

㉠. $U=\{x \mid x$는 10 이하의자연수$\}$
$=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8, 9,\ 10\}$
㉡. $A\cap B^c=\{1\}=A-B$
㉢. $A^c\cap B=\{6,\ 10\}=B-A$
㉣. $A\cap B=\{2,\ 4,\ 8\}$에서
$A\cup B=\{1\}\cup\{6, 10\}\cup\{2, 4, 8\}$
$=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 이므로
$U-(A\cup B)=\{3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

8. 과학의 날 행사에 1 학년 10 반 학생 35 명이 전원 참여하였다. 물로켓 발사대회에 참여한 학생이 20 명, 에어로켓 발사대회에 참여한 학생이 23 명이라고 한다. 두 대회에 모두 참여한 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 명

▷ 정답 : 8 명

해설

전체집합을 U, 물로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 A, 에어로켓 발사대회 참여 학생들의 집합을 B 라고 하면

$n(U) = 35,\ n(A) = 20,\ n(B) = 23$

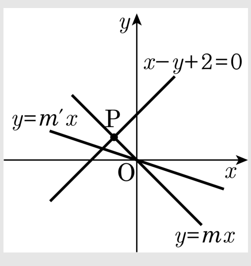
$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 23 - 35 \\ &= 8 \end{aligned}$$

9. 직선 $y=0$ 을 직선 $y=mx$ 에 대하여 대칭이동시킨 직선과 $x-y+2=0$ 과의 교점을 P 라 할 때 $\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2　④ $\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{6}$

해설

직선 $y=0$ 을 직선 $y=mx$ 에 대하여 대칭 이동시킨 직선을 $y=m'x$ 이라 할 때



$y=m'x$ 와 $x-y+2=0$ 의 교점을 P 라 하면

$\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값은 원점에서 직선 $x-y+2=0$ 에 이르는 거리와 같다.

따라서 $\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값은 $\dfrac{|2|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}$ 이다.

10. 좌표평면 위의 점 P$(x,\ y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P가 점 A$(6,\ 5)$ 에서 출발하여 이면 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 횟수는?

㉠ $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.
㉡ $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1만큼 이동한다.
㉢ $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1만큼 이동한다.

① 4회 ② 5회 ③ 6회 ④ 7회 ⑤ 8회

해설

$(6,\ 5) \to (5,\ 5) \to (4,\ 5) \to (3,\ 5) \to (2,\ 5) \to (2,\ 4)$

$\therefore$ 5 회 이동한다.

11. 점 $(1,\ 2)$ 를 점 $(a,\ b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2　　② 6　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
$(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$을
$x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,
$-m-2n=-3\ \cdots$ ㉠
점 $(1,\ 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
$(1+m,\ 2+n)$
$\Rightarrow\ \ 1+m=a,\ \ 2+n=b$
$\Rightarrow\ \ a+2b=m+1+4+2n=8$
($\because$ ㉠에서 $m+2n=3$)

12. 직선 $y=\frac{3}{2}x-3$을 x축 방향으로 a만큼, y축 방향으로 b만큼 평행이동한 직선은 네 점 $\mathrm{P}(1,3)$, $\mathrm{Q}(3,0)$, $\mathrm{R}(5,3)$, $\mathrm{S}(3,6)$을 꼭짓점으로 하는 마름모 PQRS 의 넓이를 이등분한다. 이 때, a, b 사이의 관계식은?

① $a+b+1=0$　　② $2a-3b+3=0$

③ $3a-b+3=0$　　④ $2a-2b+1=0$

⑤ $3a-2b+3=0$

해설

직선 $y=\frac{3}{2}x-3$을

x축의 방향으로 a만큼,

y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선은

$y-b=\frac{3}{2}(x-a)-3\ \cdots$ ㉠

직선 ㉠이 마름모 PQRS의 넓이를

이등분하려면 대각선

$\overline{\mathrm{PR}}$와 $\overline{\mathrm{QS}}$의 교점인 $\overline{\mathrm{PR}}$의 중점을 지나야 한다.

이 때, $\overline{\mathrm{PR}}$의 중점을 M이라 하면 M의 좌표는 $\left(\frac{1+5}{2}, \frac{3+3}{2}\right)=$

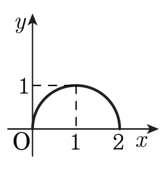
$(3,\ 3)$

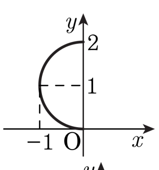
직선 ㉠이 점 $(3,\ 3)$을 지나므로

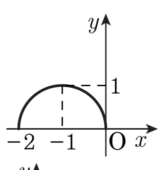
$3-b=\frac{3}{2}(3-a)-3,\ 6-2b=3(3-a)-6$

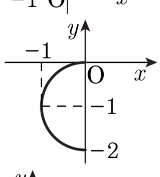
$\therefore\ \ 3a-2b+3=0$

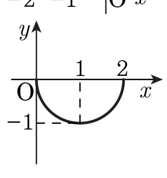
13. 도형 $f(x,\ y)=0$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 도형 $f(-y,\ -x)=0$ 의 그래프로 옳은 것은?

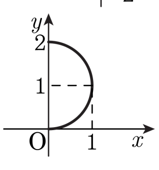


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

도형 $f(-y,\ -x)=0$ 의 그래프는
도형 $f(x,\ y)=0$ 의 그래프를
직선 $y=-x$ 에 대하여 대칭이동 한 것이다.

14. 다음은 수근이가 중학교에 입학한 첫 날의 일기이다. 밑 줄 친 말 중에서 집합이 될 수 있는 것을 모두 골라라.

> 5월 18일 비온 뒤 갬
> 오늘은 내가 중학교에 입학한 첫 날이다. 교복을 입은 내 모습이 어색해 보였지만, 새로 사귀게 될 ㉠ 멋진 친구들과 선생님을 만날 생각을 하니 기대가 되었다.
> 입학 첫 날이어서 그런지 부모님과 함께 온 학생들도 많았다. 나는 ㉡ 1학년 1반에 배정되었는데, ㉢ 6학년 때 같은 반이었던 친구들도 있었다.
> 선생님은 중학교 생활에 대하여 여러 가지 말씀을 하신 후, 자리를 정해 주셨다. 나는 ㉣ 키가 큰 편이어서 뒤쪽에 앉게 되었는데, 눈이 나빠서 칠판이 잘 보이지 않았다. 내일은 안경을 맞추어야겠다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

'멋진' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
'큰' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.

15. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

• 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다. • $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,

$\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \cdots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$

,

$a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{9}{4}$, $a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.

$\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$

16. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.
다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

> 두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

▶ 답：

▷ 정답： $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6 이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6 으로 되어있다.

17. 자연수를 원소로 갖는 집합 A가 다음 조건을 만족할 때, 집합 A의 개수는?

$x \in A$ 이면 $\dfrac{16}{x} \in A$

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$1 \in A$ 이면 $\dfrac{16}{1} = 16 \in A$,

$2 \in A$ 이면 $\dfrac{16}{2} = 8 \in A$,

$4 \in A$ 이면 $\dfrac{16}{4} = 4 \in A$

따라서 집합 A는

$\{4\}$, $\{1, 16\}$, $\{2, 8\}$, $\{1, 4, 16\}$, $\{2, 4, 8\}$, $\{1, 2, 8, 16\}$, $\{1, 2, 4, 8, 16\}$의 7개이다.

18. 집합 $S=\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

㉠ $\{a\} \subset S$	㉡ $\{b\} \in S$
㉢ $\{b,\ c,\ d\} \in S$	㉣ $c \in S,\ d \in S$
㉤ $\{c,\ d\} \subset S$	㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다.
따라서 집합 S 의 원소는
$\{a,\ \{a\},\ \{a,\ b\},\ b,\ \{c\},\ c,\ d\}$ 가 된다.
㉠ $\{a\} \subset S \ \rightarrow\ \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉡ $\{b\} \in S \ \rightarrow\ b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.
㉢ $\{b, c, d\} \in S \ \rightarrow\ b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.
㉣ $c \in S, d \in S \ \rightarrow\ c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.
㉤ $\{c, d\} \subset S \ \rightarrow\ c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.
㉥ $S \subset \{a,\ b,\ c,\ d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

19. 두 집합 $A=\left\{\left[\frac{9}{5}k\right] \,\middle|\, k\text{는 } 1 \le k \le a\text{인 정수}\right\}$ $B=\left\{\left[\frac{9}{4}k\right] \,\middle|\, k\text{는 } 1 \le k \le b\text{인 정수}\right\}$ 에 대하여 $A \cap B \neq \varnothing$인 정수 $a,\ b$의 최솟값의 합은?
(단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

해설

$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 일 때,
각각의 $\left[\frac{9}{5}k\right]$ 와 $\left[\frac{9}{4}k\right]$ 의 값을 알아보면,

$\left[\frac{9}{5}k\right]$: 1, 3, 5, 7, 9, 10 $\cdots$

$\left[\frac{9}{4}k\right]$: 2, 4, 6, 9, 11, $\cdots$

$A \cap B \neq \varnothing$ 이 되려면 $a \ge 5,\ b \ge 4$
$a,\ b$ 의 최솟값의 합은 9

20. 집합 $A_n = \{x \mid 2n-1 \le x \le 5n+1\}$에 대하여 $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \cdots \cap A_n \ne \varnothing$가 성립하는 자연수 n의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A_1 = \{x|1 \le x \le 6\}$
$A_n = \{x|2n-1 \le x \le 5n+1\}$
$\therefore 2n-1 \le 6 \Rightarrow n \le \dfrac{7}{2}$
따라서 자연수 n의 최댓값은 3

해설

$A_1 = \{x \mid 1 \le x \le 6\}$, $A_2 = \{x \mid 3 \le x \le 11\}$, $A_3 = \{x \mid 5 \le x \le 16\}$, $A_4 = \{x \mid 7 \le x \le 21\}$ 이상에서 $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 = \varnothing$
$\therefore$ n의 최댓값은 3

21. 네명의 피의자가 검사에게 다음과 같이 진술하였을때 한 사람의 진술만이 참일 경우의 범인과 한 사람의 진술만이 거짓일 경우의 범인을 차례대로 구하면 ?

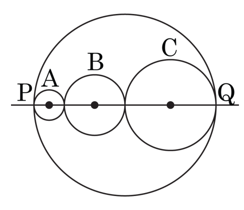
A : ‘나는 범인이 아니다.’
B : ‘D가 범인이다.’
C : ‘D는 거짓말을 했다.’
D : ‘C가 범인이다.’

① A와 B　　② A와 D　　③ B와 A
④ D와 A　　⑤ C와 D

해설

1) 한 사람의 진술만 참일 경우
C 가 참 : A가 범인이 된다.
D 가 참 : C, A 가 범인이 되어 모순
A 가 참 : D의 진술의 참 , 거짓이 모순
B 가 참 : D의 진술의 참, 거짓이 모순
$\therefore A$ 가 범인이다.
2) 한 사람의 진술만 거짓인 경우
A 가 거짓 : D, C가 범인이 되어 모순
B 가 거짓 : D의 진술의 참 거짓이 모순
C 가 거짓 : D, C가 범인이 되어 모순
D가 거짓 : D가 범인
따라서 D가 범인이다.

22. 다음 그림에서와 같이 외접하고 있는 구 A, B, C가 있다. 겉넓이의 총합이 40π일 때, 현재의 반지름을 각각 2배, 4배, 6배 증가시켰을 때, 점 P에서 Q까지 길이의 최댓값은?



① $4\sqrt{35}$ ② $6\sqrt{35}$ ③ $8\sqrt{35}$

④ $10\sqrt{35}$ ⑤ $12\sqrt{35}$

해설

A, B, C의 반지름을 x, y, z라 하면

구의 겉넓이는

$S_1 = 4\pi x^2$, $S_2 = 4\pi y^2$, $S_3 = 4\pi z^2$

$4\pi(x^2+y^2+z^2) = 40\pi$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 10$

$(x^2+y^2+z^2)(2^2+4^2+6^2) \geq (2x+4y+6z)^2$

$10 \cdot 56 \geq (2x+4y+6z)^2$

$4\sqrt{35} \geq 2x+4y+6z$

PQ의 길이의 최댓값은 $2(2x+4y+6z)$이므로 $8\sqrt{35}$

23. 1, 3, 5, 7, 9를 임의로 순서를 바꾸어 배열한 수열을 a, b, c, d, e라고 할 때, $a+3b+5c+7d+9e$의 최솟값은?

① 83 ② 85 ③ 87 ④ 89 ⑤ 91

해설

$a+3b+5c+7d+9e$
$=(10-9)a+(10-7)b+(10-5)c+(10-3)d+(10-1)e$
$=10(a+b+c+d+e)-(9a+7b+5c+3d+e)$
$=10\times 25-(9a+7b+5c+3d+e)$
여기서 코시-슈바르츠 부등식에 의하여
$(9^2+7^2+5^2+3^2+1^2)(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2)\geq(9a+7b+5c+3d+e)^2$
$(9a+7b+5c+3d+e)\leq(1^2+3^2+5^2+7^2+9^2)$이고
등호는 $\frac{a}{9}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}=\frac{d}{3}=\frac{e}{1}$일 때, 성립한다.
$\therefore\ a+3b+5c+7d+9e\geq 10\times 25-(1^2+3^2+5^2+7^2+9^2)=250-(165)=85$
따라서, $a=9,\ b=7,\ c=5,\ d=3,\ e=1$일 때,
준식은 최솟값 85를 갖는다.

해설

a, b, c, d, e가 자연수이므로
$a=9,\ b=7,\ c=5,\ d=3,\ e=1$일 때
준식은 최소가 된다.

24. 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 물탱크를 만들려고 한다. 물탱크를 만드는 데 드는 비용은 밑면이 8000 원/ m^2 이고 옆면은 4000 원/ m^2 이다. 밑면의 가로의 길이가 $4\,\mathrm{m}$, 부피가 $36\,\mathrm{m}^3$ 인 물탱크를 만들 때, 가장 적은 비용으로 물탱크를 만든다면 그 비용은 얼마인가?

① 240000 원 ② 248000 원 ③ 256000 원

④ 264000 원 ⑤ 272000 원

해설

그림에서 물 탱크의 옆넓이는
$(8+2x)y(\mathrm{m}^2)$ 이므로
그 비용은 $(8+2x)y \cdot 4000$(원) 이고,
밑넓이는 $4x(\mathrm{m}^2)$ 이므로
그 비용은 $4x \cdot 8000$(원) 이다.
한편, 부피가 $36\,\mathrm{m}^3$ 이므로 $4xy = 36$
$\therefore\ xy = 9$
따라서, 총비용 p 는
$p = 4000(8y + 2xy + 8x) = 8000(4x + 4y + 9)$
$\geq 8000(2\sqrt{4x \cdot 4y} + 9) = 8000(2 \cdot 12 + 9)$
$= 264000$(원)
따라서, $x = 3$ 일 때,
p 의 최소값은 264000(원)

25. $x<0$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 $2f(x)=\frac{1}{x}+f\left(\frac{1}{x}\right)$ 를 만족할 때, $f(x)$ 의 최댓값은?

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$　　③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

해설

$2f(x)=\frac{1}{x}+f\left(\frac{1}{x}\right)$ 에서

$2f(x)-f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}\cdots\cdots$ ㉠

x 에 $\frac{1}{x}$ 을 대입하면

$2f\left(\frac{1}{x}\right)-f(x)=x\cdots\cdots$ ㉡

㉠ $\times 2+$ ㉡ 하면

$3f(x)=\frac{2}{x}+x=\frac{x^2+2}{x}$

$\therefore f(x)=\frac{x^2+2}{3x}=\frac{x}{3}+\frac{2}{3x}$

$x<0$ 이므로

$\frac{x}{3}+\frac{2}{3x}\le -2\sqrt{\frac{x}{3}\cdot\frac{2}{3x}}=-2\times\frac{\sqrt{2}}{3}$

$\therefore f(x)$ 의 최댓값은 $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$