

1. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16 ② -14 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x + k, \quad g(x) = 2x + 4 \text{에서} \\ (f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \text{㉠} \\ (g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠과 ㉡이 같아야 하므로} \\ -6x - 12 + k &= -6x + 2k + 4 \\ \therefore k &= -16 \end{aligned}$$

2. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \textcircled{A}$$

$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

3. 자연수 n 을 $n = 2^p \cdot k$ (p 는 음이 아닌 정수, k 는 홀수)로 나타냈을 때, $f(n) = p$ 라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$ 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠

n 이 홀수이면, $f(n) = 0$ 이다.

㉡

$f(8) < f(24)$ 이다.

㉢

$f(n) = 3$ 인 자연수 n 은 무한히 많다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

$n = 2^p \cdot k$ 에서
㉠ n 이 홀수이면, k 가 홀수이므로 2^p 이 홀수
 $\therefore p = 0$
즉 $f(n) = 0$
㉡ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$
 $\therefore f(8) = f(24)$
㉢ $f(n) = 3$ 에서 $n = 2^3 \cdot k$
홀수 k 는 무한집합이므로 무한히 많다.

5. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 $f(x) = x^3 - 2x + 1$, $g(x+1) = f(x+2)$ 로 정의될 때, $g(0)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$g(x+1) = f(x+2)$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$g(0) = f(1)$

$f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$

$\therefore g(0) = 0$