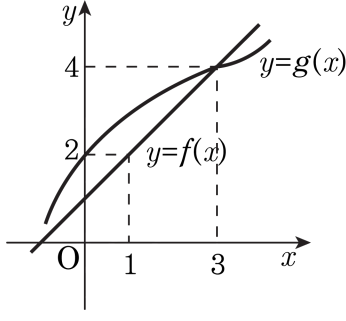


1. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 각각 일대일대응이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

주어진 식을 간단히 하면
 $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3) = g^{-1}(f(1)) + 4$
 $= g^{-1}(2) + 4$
 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$
문제의 그림에서 $y = g(x)$ 의 그래프가
 $(0, 2)$ 를 지나므로 $g(0) = 2$
이 때, $y = g(x)$ 는 일대일대응이므로 $k = 0$
 $\therefore g^{-1}(2) + 4 = 0 + 4 = 4$

2. $\frac{b}{a} = 2$, $\frac{c}{b} = 3$ 일 때, $\frac{a+b}{b+c}$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{3}{8}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$$b = 2a \text{ 이므로 } c = 3b = 3(2a) = 6a$$

$$\therefore \frac{a+b}{b+c} = \frac{a+2a}{2a+6a} = \frac{3}{8}$$

3. 다음 보기 중 $X = \{-1, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수가 될 수 있는 것은 몇 개인가?

<보기>

- $\textcircled{\tiny 1} \quad f : x \rightarrow |x|^2$
- $\textcircled{\tiny 2} \quad g : x \rightarrow x + 2$
- $\textcircled{\tiny 3} \quad h : x \rightarrow |x| + 1$
- $\textcircled{\tiny 4} \quad i : x \rightarrow x^2 - 1$
- $\textcircled{\tiny 5} \quad j : x \rightarrow |x| + 3$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

$\textcircled{\tiny 1} \quad f(-1) = |-1|^2 = 1 \in Y$
 $\quad \quad f(1) = |1|^2 = 1 \in Y$
 $\quad \quad f(2) = |2|^2 = 4 \in Y$
 $\textcircled{\tiny 2} \quad g(-1) = -1 + 2 = 1 \in Y$
 $\quad \quad g(1) = 1 + 2 = 3 \in Y$
 $\quad \quad g(2) = 2 + 2 = 4 \in Y$
 $\textcircled{\tiny 3} \quad h(-1) = |-1| + 1 = 2 \in Y$
 $\quad \quad h(1) = |1| + 1 = 2 \in Y$
 $\quad \quad h(2) = |2| + 1 = 3 \in Y$
 $\textcircled{\tiny 4} \quad i(-1) = i(1) = 0 \notin Y$
 $\textcircled{\tiny 5} \quad j(2) = 5 \notin Y$
그러므로 ④, ⑤은 함수가 될 수 없고 ①, ②, ③ 3개 만 함수가 될 수 있다.

4. $f(x) = x^2 + 1(x \geq 0)$, $g(x) = x^2 - 6x + 10(x \geq 3)$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(3)$ 의 값을 구하면?

① 10 ② 6 ③ 4 ④ 3 ⑤ 0

해설

$(f^{-1} \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f$
 $\therefore (g^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(10)$
 $g^{-1}(10) = k$ 라 하면, $g(k) = 10$ 이다.
 $\therefore k^2 - 6k + 10 = 10$
 $\therefore k = 6 \quad (\because k \geq 3)$

5. 함수 $f(x) = \sqrt{7-3x}$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(1)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f^{-1}(1) = a \text{라 하면 } f(a) = \sqrt{7-3a} = 1$$

$$7-3a = 1, a = 2$$

$$\therefore f^{-1}(1) = 2$$

$$\text{이때, } (f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(f^{-1}(1)) \\ = f^{-1}(2) \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(2) = b \text{라 하면 } f(b) = \sqrt{7-3b} = 2$$

$$7-3b = 4, b = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(2) = 1$$

6. 직선 $y = m|x - 1| + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10 일 때, m 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $-\frac{2}{5}$
- ⑤ 1

해설

$y = m|x - 1| + 2$
i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \cdots \textcircled{1}$
ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \cdots \textcircled{2}$
 m 에 관계없이 정점 (1, 2)을 지난다.

x 절편은 $\textcircled{1}$ 에서 $x = \frac{m-2}{m}$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는

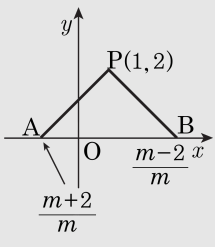
$$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = -\frac{4}{m}$$

$\therefore \triangle PAB$ 의 면적이 10이므로

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$$

$$10m = -4$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

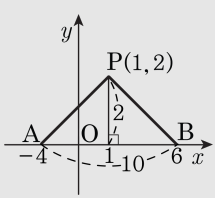
$$\overline{AB} = 10$$

즉 그래프의 x 절편이 -4, 6이다.

$y = m|x - 1| + 2$ 에 (6, 0)을 대입하면

$$0 = m|6 - 1| + 2, 5m = -2$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



7. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2009|$ 은 $x=a$ 에서 최솟값을 가진다. 이때, a 의 값은?

① 1001 ② 1002 ③ 1003 ④ 1004 ⑤ 1005

해설

$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2009|$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 갖는 경우는

$$x = \frac{1+2009}{2} = 1005 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a = 1005$$

8. 다음은 $\frac{x^2-x-3}{x-1} - \frac{x^2+x-1}{x+1}$ 를 계산하는 과정이다. 다음 중 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 차례대로 구하고 풀이를 완성하여 그 값을 바르게 구한 것은?

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = (\text{㉠}) + \frac{(\text{㉡})}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = (\text{㉢}) + \frac{(\text{㉣})}{x+1}$$

- ① $-x, +3, x, -1, \frac{2x+4}{x^2-1}$ ㉡ $x, -3, x, -1, -\frac{2x+4}{x^2-1}$
 ③ $x, 3, x, 1, -\frac{2x+4}{x^2+1}$ ④ $x, -1, x, -3, -\frac{2x-4}{x^2-1}$
 ⑤ $x, 1, x, 3, -\frac{2x+4}{x^2+1}$

해설

$$\frac{x^2-x-3}{x-1} = \frac{x(x-1)-3}{x-1} = x + \frac{-3}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x+1} = \frac{x(x+1)-1}{x+1} = x + \frac{-1}{x+1}$$

∴ ① = x , ② = -3 , ③ = x , ④ = -1

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x - \frac{3}{x-1} - \left(x - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x-1} \\ &= \frac{x-1-3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= -\frac{2x+4}{x^2-1} \end{aligned}$$

9. 양수 a, b 가 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$ 을 만족할 때, $\frac{a^4+b^4}{a^2b^2} + 5$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}, \quad \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a+b}$$

$$(b-a)(b+a) = ab$$

$$\therefore b^2 - a^2 = ab$$

$b^2 - a^2 = ab$ 의 양변을 제곱하면

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = a^2b^2$$

$$\therefore a^4 + b^4 = 3a^2b^2$$

$$\therefore \frac{a^4 + b^4}{a^2b^2} + 5 = 3 + 5 = 8$$

10. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y = |x+a| + b + c$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x) = (f^{-1})^{-1}(x)$
 $y = f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 를
 x 에 대하여 풀면, $x = \frac{3y+4}{y+2}$
 x 와 y 를 바꾸면, $y = f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$
 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 2$
함수 $y = |x+3| + 6$ 은 $x = -3$ 일 때, 최솟값 6을 갖는다.

11. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① (1, -2)

② (-3, -1)

③ (1, 1)

④ (-2, -2)

⑤ (1, 1), (-2, -2)

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

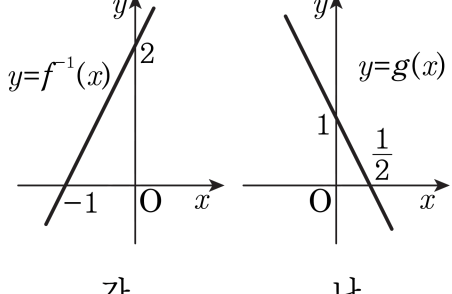
$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

12. 다음의 그림 (가)는 함수 f 의 역함수 f^{-1} 의 그래프이고, 그림 (나)는 함수 g 의 그래프이다.



가

나

다음 중 함수 g 의 역함수 g^{-1} 을 함수 f 를 이용하여 나타내면?

- ①

 $y = -f(x + 1)$
- ②

 $y = f(x - 1)$
- ③

 $y = -f(x - 1)$
- ④

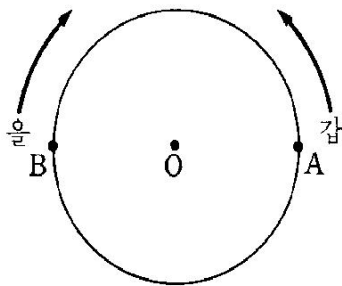
 $y = f(x + 1)$
- ⑤

 $y = -f(1 - x)$

해설

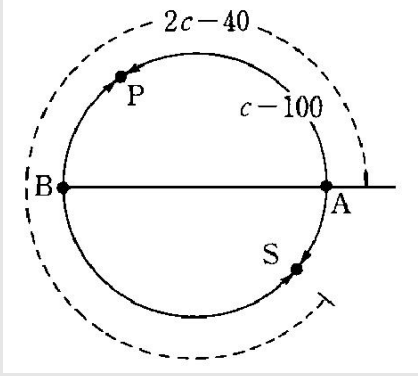
그림 (가)의 그래프를 y 축에 대칭이동한 후
 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면
 그림 (나)의 그래프와 일치한다.
 즉, $y = f^{-1}(x)$ 를 y 축에 대칭이동하면
 $y = f^{-1}(-x) \cdots \textcircled{\text{㉠}}$ 이다.
 $\textcircled{\text{㉠}}$ 을 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면
 $y = f^{-1}(-x) - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$ 이다.
 $\textcircled{\text{㉡}}$ 의 역함수는 $x = f^{-1}(-y) - 1 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$ 이므로
 $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $f^{-1}(-y) = x + 1$ 이다.
 $\therefore y = -f(x + 1)$
 $\therefore g^{-1}(x) = -f(x + 1)$

13. 갑, 을 두 사람이 원형 트랙의 반대편 두 지점 A, B 에서 동시에 일정한 속도로 서로 반대 방향으로 출발하였다. 을이 100m 를 갔을 때 두 사람은 처음 만났고, 갑이 A 지점을 40m 남겨 두고 두번째 만났다면 트랙 한 바퀴의 둘레의 길이는? (단, 두번째 만날 때까지 두 사람은 아직 트랙을 한 바퀴도 돌지 못했다고 한다.)



- ① 260 m
- ② 390 m
- ③ 520 m
- ④ 650 m
- ⑤ 780 m

해설



트랙 둘레의 길이를 $2c$ 라 하고, A, B를 출발점 P, S를 각각 첫 번째, 두 번째로 만나는 점이라고 하자.

점 P 까지의 갑, 을의 이동 거리는 갑 : $c - 100$, 을 : 100

S 까지의 갑, 을의 이동 거리는 갑 : $2c - 40$, 을 : $c + 40$

문제의 뜻으로부터 두 사람의 이동 속도가 일정하고 P, S 점까지 이동하는 데 걸린 시간이 같으므로

갑, 을의 속도를 각각 v_1, v_2 라 하면

시간 : $\frac{\text{이동거리}}{\text{속도}}$ 에서

$$\frac{c - 100}{v_1} = \frac{100}{v_2} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{2c - 40}{v_1} = \frac{c + 40}{v_2} \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{c - 100}{2c - 40} = \frac{100}{c + 40}$$

$$(c - 100)(c + 40) = 100(2c - 40)$$

$$c^2 - 60c - 4000 = 200c - 4000$$

$$c^2 - 260c = 0, c(c - 260) = 0$$

$$\therefore c \neq 0 \text{ 이므로 } c = 260$$

$$\text{따라서 트랙의 길이는 } 2c = 520 \text{ (m)}$$

14. $\sqrt{17 + \sqrt{288}}$ 의 소수 부분을 x 라 할 때,

$\sqrt{\frac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{2} + 1$
- ② $\sqrt{3} + 1$
- ③ $\sqrt{2} - 1$
- ④ $\sqrt{3} - 1$
- ⑤ $\sqrt{5} - 2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{17 + \sqrt{288}} \\ &= \sqrt{17 + 2\sqrt{72}} \\ &= \sqrt{9} + \sqrt{8} \quad (\leftarrow 17 = 9 + 8, \quad 72 = 9 \times 8) \\ &= 3 + 2\sqrt{2} \quad (\leftarrow \sqrt{2} = 1.4 \times \times) \\ &= 5.8 \times \times \text{이므로 소수부분은 } 3 + 2\sqrt{2} - 5 \text{이다.} \\ \therefore x &= 2\sqrt{2} - 2 \quad \therefore x + 2 = 2\sqrt{2} \\ \text{또, } x^2 + 4x + 4 &= (x + 2)^2 \text{이므로} \\ x^2 + 4x &= (x + 2)^2 - 4 = (2\sqrt{2})^2 - 4 = 4 \\ \text{따라서 준식에 } x + 2 &= 2\sqrt{2} \\ x^2 + 4x = 4 &\text{를 대입시키면} \\ \sqrt{\frac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}} & \\ &= \sqrt{\frac{2\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}-2}} \\ &= \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

15. 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b = \sqrt{7\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, $a - b = \sqrt{7\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ 가 성립할 때, $a^2 + ab + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① $3\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ② $5\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ③ $5\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= \frac{1}{2} \{ (a+b)^2 + (a-b)^2 \} \\ &= \frac{1}{2} (7\sqrt{5} - \sqrt{3} + 7\sqrt{3} - \sqrt{5}) \\ &= 3\sqrt{5} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= \frac{1}{4} \{ (a+b)^2 - (a-b)^2 \} \\ &= \frac{1}{4} (7\sqrt{5} - \sqrt{3} - 7\sqrt{3} + \sqrt{5}) \\ &= 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore a^2 + ab + b^2 = 5\sqrt{5} + \sqrt{3}$$