

1. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$, $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를
바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$

② $A < C < B$

③ $B < A < C$

④ $C < A < B$

⑤ $C < B < A$

2. $x > 0, y > 0$ 일 때 두 식 $\sqrt{x} + \sqrt{y}, \sqrt{2(x+y)}$ 를 바르게 비교한 것은?

① $\sqrt{x} + \sqrt{y} < \sqrt{2(x+y)}$

② $\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \sqrt{2(x+y)}$

③ $\sqrt{x} + \sqrt{y} > \sqrt{2(x+y)}$

④ $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2(x+y)}$

⑤ $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2(x+y)}$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식 $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

4. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, 곱 xy 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

5. x, y 가 실수이고 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때 $x + 3y$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

6. $x \geq 0, y \geq 0$ 이고 $x + 3y = 8$ 일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{3y}$ 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ $\sqrt{10}$

④ $\sqrt{15}$

⑤ 4

7. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2$$

$$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2$$

$$= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0$$

$$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2$$

그런데 $|a| + |b| \geq 0$, $|a + b| \geq 0$ 이므로

$|a| + |b| \geq |a + b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

- ① $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$
- ② $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$
- ③ $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$
- ④ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$
- ⑤ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

8. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다.
증명과정에 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

- ① $|a| \geq a$
- ② $a \geq b, b \geq c$ 이면 $a \geq c$
- ③ $|a|^2 = a^2$
- ④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$
- ⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

9. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$

② $A < B$

③ $A \geq B$

④ $A \leq B$

⑤ $A = B$

10. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a + b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a - b > 0$

11. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{\neg} \quad |a|^2 = a^2$$

$$\textcircled{\angle} \quad |ab| \geq ab$$

$$\textcircled{\sqsubset} \quad |a| + |b| \geq |a - b|$$

$$\textcircled{\sqsupset} \quad |a| - |b| \geq |a - b|$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{\neg}, \textcircled{\angle}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\angle}, \textcircled{\sqsubset}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{\neg}, \textcircled{\angle}, \textcircled{\sqsubset}$$

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{\neg}, \textcircled{\sqsubset}, \textcircled{\sqsupset}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{\angle}, \textcircled{\sqsubset}, \textcircled{\sqsupset}$$

12. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $|x| + |y| \geq |x + y|$

㉡ $|x + y| \geq |x - y|$

㉢ $|x - y| \geq |x| - |y|$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

13. 다음 [보기] 중에 x 에 대한 절대부등식인 것을 모두 고른 것은? (단, x 는 실수이다.)

보기

㉠ $x + 1 > 0$

㉡ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

㉢ $x^2 < x + 12$

㉣ $x^2 + 1 > x$

① ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

14. 부등식 $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수 a 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

15. 실수 x, y 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $x > y$ 이면, $x^2 > y^2$ 이다.

㉡ $x^2 + y^2 \geq xy$

㉢ $x > y$ 이면 $x^3 > y^3$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

16. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$ 이면 $a < c$

㉡ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉢ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > ab$

㉤ $|a| + |b| > |a + b|$

㉥ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉥

② ㉡, ㉤, ㉠

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉤, ㉥

17. 두 양수 a, b 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

① a, b 의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.

② $\sqrt{ab}$ 는 a, b 의 기하평균이다.

③ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.

④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$ 이다.

⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

18. $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 인 양수 a, b, c 에 대하여 $abc \leq 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.

증명

$(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 을 전개하면

$$1 + (a + b + c) + (ab + bc + ca) + abc = 8$$

이때, $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균의 관계를 이용하면

$$a + b + c \geq 3 \sqrt[3]{abc}$$

(단, 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

$$ab + bc + ca \geq 3 ([가])$$

(단, 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

$$\therefore S \geq 1 + 3 \sqrt[3]{abc} + 3(\sqrt[3]{abc})^2 + abc$$

$$= (1 + \sqrt[3]{abc})^3$$

$$\text{따라서 } 3 \sqrt[3]{abc} + 1 \leq 2, \quad abc \leq 1$$

(단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

위의 증명에서 [가], [나], [다]에 알맞은 것을 순서대로 적으면 ?

① $abc, a = b = c = 1$

② $\sqrt[3]{abc}, a = 2$ 이고 $b = c$

③ $(\sqrt[3]{abc})^2, a = b = c = 1$

④ $abc, a = b$ 이고 $c = 2$

⑤ $(\sqrt[3]{abc})^2, a = b = c = 2$

19. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

20. $3a + 4b = 1$ 일 때, $\frac{4}{a} + \frac{3}{b}$ 의 최솟값을 구하면? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

21. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(4a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 9b\right)$ 의 최솟값은?

① 13

② 17

③ 21

④ 25

⑤ 27

22. 양수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족할 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 최솟값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

23. 길이가 16 m 인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① 8 m^2

② 16 m^2

③ 25 m^2

④ 36 m^2

⑤ 64 m^2

24. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$

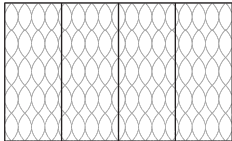
② $5 + 5\sqrt{2}$

③ 25

④ $\frac{25}{4} + \sqrt{2}$

⑤ $\frac{45}{4} + 5\sqrt{2}$

25. 어떤 농부가 길이 60m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



① 60m^2

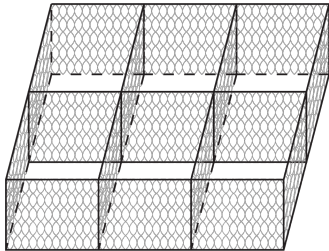
② 70m^2

③ 80m^2

④ 90m^2

⑤ 100m^2

26. 동원이 길이 152m인 철망을 가지고 다음 그림과 같이 여섯 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이가 최대가 될 때, 전체 직사각형의 가로의 길이는?



- ① 19 ② $\frac{68}{3}$ ③ $\frac{70}{3}$ ④ 24 ⑤ $\frac{76}{3}$

27. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 를 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 $x + 2y + 3z$ 의 최대값을 구하면?

① 14

② 17

③ $7\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $3\sqrt{3}$

28. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?

① $M = 3, m = 0$

② $M = 3, m = -3$

③ $M = 6, m = 0$

④ $M = 6, m = -6$

⑤ $M = 6, m = -12$

29. 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2}$ 의 최댓값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

30. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원에
 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값
 은?

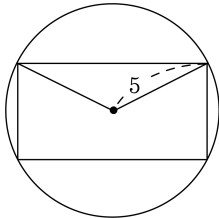
① $\sqrt{2}$

② $5\sqrt{2}$

③ $10\sqrt{2}$

④ $20\sqrt{2}$

⑤ $100\sqrt{2}$



31. 반지름이 r (cm)인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r$ (cm^2)

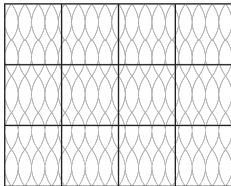
② r^2 (cm^2)

③ $2r^2$ (cm^2)

④ $\sqrt{2}r^2$ (cm^2)

⑤ $\frac{r^2}{2}$ (cm^2)

32. 어떤 농부가 길이 120 m 인 철망을 가지고 아래 그림과 같이 열두 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 최대넓이를 구하여라.



① 120 m^2

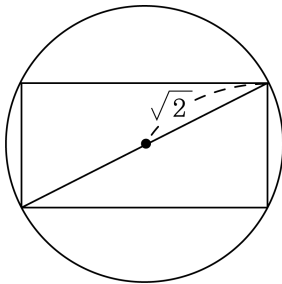
② 180 m^2

③ 240 m^2

④ 300 m^2

⑤ 360 m^2

33. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

34. 넓이가 a 인 삼각형 ABC 의 내부에 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCA$ 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 의 최솟값은?

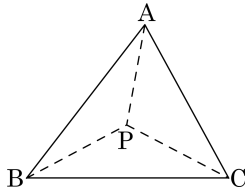
① $\frac{a^2}{3}$

② a^2

③ $\sqrt{3}a^2$

④ $3a^2$

⑤ $3\sqrt{3}a^2$



35. 다음 중 항상 성립하는 부등식이 아닌 것은? (a, b, c 는 모두 양수)

① $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

② $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$

③ $a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$

④ $a^2 - 1 > a$

⑤ $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

36. 다음은 “실수를 계수로 갖는 세 개의 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ 중 적어도 하나는 실근을 갖는다”는 것을 증명한 것이다. 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 부등호를 차례대로 쓰면?

증명

주어진 방정식이 모두 허근을 갖는다고 가정하면

$$b^2 - ac \text{ (가) } 0, c^2 - ab \text{ (가) } 0, a^2 - bc \text{ (가) } 0$$

세 식을 같은 변끼리 더하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \text{ (나) } 0$$

좌변을 변형하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \\ = \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \text{ (다) } 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

그런데 a, b, c 는 실수이므로

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \text{ (다) } 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서, ㉡은 ㉠에 모순이므로 세 방정식 중 적어도 하나는 실근을 갖는다.

① $<, <, \geq$

② $<, <, >$

③ $<, >, <$

④ $\geq, \geq, \leq$

⑤ $\geq, \leq, \geq$

37. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 절대부등식 $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호는

$a=b=c$ 일 때 성립)을 이용할 때, $x > 0$ 이면 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최소값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2^3\sqrt{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10

38. 세 양수 a, b, c 가 $abc = 1$ 을 만족할 때, 이 사실로부터 추론할 수 있는 것을 보기에서 모두 고르면?

I. $a + b + c \geq 3$

II. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$

III. $ab + bc + ca \geq 3$

IV. $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$

① I, II

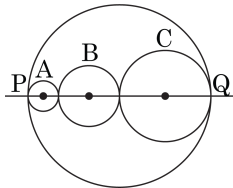
② I, III

③ III, IV

④ I, III, IV

⑤ I, II, III, IV

39. 다음 그림에서와 같이 외접하고 있는 구 A, B, C가 있다. 겹넓이의 총합이 40π 일 때, 현재의 반지름을 각각 2배, 4배, 6배 증가시켰을 때, 점 P에서 Q까지 길이의 최댓값은?



① $4\sqrt{35}$

② $6\sqrt{35}$

③ $8\sqrt{35}$

④ $10\sqrt{35}$

⑤ $12\sqrt{35}$

40. 세 변의 길이가 6, 8, 10인 삼각형의 내부의 한 점 P에서 각 변에 이르는 거리를 각각 x_1 , x_2 , x_3 라 할 때, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ 의 최솟값은?

① $-\frac{288}{25}$

② $\frac{144}{15}$

③ $\frac{144}{25}$

④ $\frac{288}{25}$

⑤ $\frac{576}{25}$