1. 다음은 수영이가 이번 주에 받은 문자의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 수영이가 하루 동안 받은 문자의 개수의 중앙값과 최빈값을 각각 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
문자의 개수	10	15	14	17	15	11	15

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 15

▷ 정답 : 최빈값 : 15

해설

수영이가 받은 문자의 개수를 순서대로 나열하면
10, 11, 14, 15, 15, 15, 17이므로 중앙값은 15, 최빈값도 15 이다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 5 명의 학생들이 가지고 있는 게임 CD 의 개수의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 CD 의 개수의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
편차(개)	-2	3	x	1	-4

① 6 ② 6.2 ③ 6.4 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

편차의 합은 0 이므로

$-2+3+x+1-4=0,\quad x-2=0\quad \therefore x=2$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2+3^2+2^2+1^2+(-4)^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8\text{ 점}$$

3. 네 수 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균과 분산이 각각 10, 5일 때, $(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

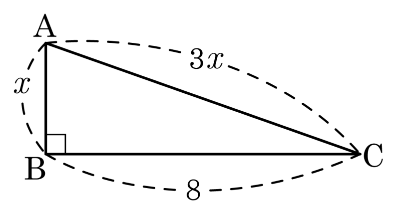
해설

네 수 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 10 이므로 각 변량에 대한 편차는 $a-10,\ b-10,\ c-10,\ d-10$ 이다.
따라서 분산은

$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=5$$

$\therefore\ (a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2=20$

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?

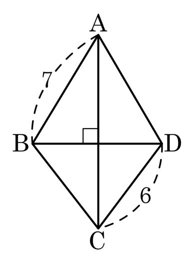


① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$(3x)^2 = x^2 + 8^2$
$9x^2 - x^2 = 64$
$8x^2 = 64$
$x^2 = 8$
$\therefore x = 2\sqrt{2}$

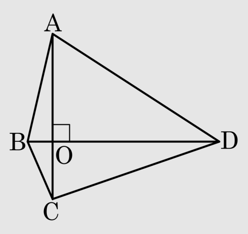
5. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AB} = 7$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$ 의 값은?



① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{85}$ ③ 13

④ 85 ⑤ 169

해설

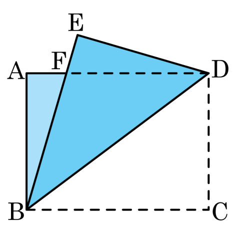


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$\therefore\ \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 7^2 + 6^2 = 85$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

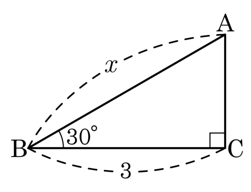
④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하면?

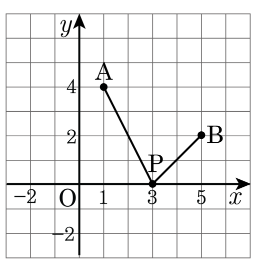


① 5　② $2\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{3}$　⑤ 9

해설

$x : 3 = 2 : \sqrt{3}$
$x = 2\sqrt{3}$

8. 좌표평면 위의 두 점 $A(1,\ 4), B(5,\ 2)$ 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

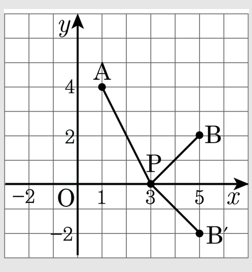


① $\sqrt{13}$　② 2　③ 3
④ $2\sqrt{6}$　⑤ $2\sqrt{13}$

해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 $B'(5, -2)$, $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최단 거리$=\overline{AB'}$

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



9. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3}=6$

$\therefore a+b+c=18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$\frac{8+a+b+c+4}{5}=\frac{8+18+4}{5}=6$

10. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수
Y : 1 부터 200 까지의 홀수
Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$　② $x < y = z$　③ $x = y < z$
④ $x = y > z$　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

11. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

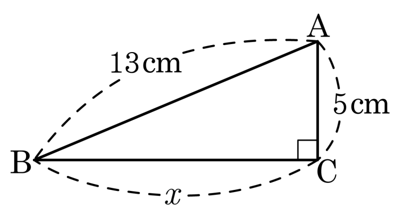
분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$
$$= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$
$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

12. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



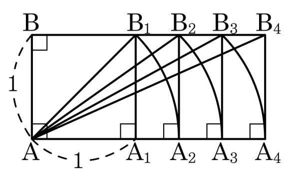
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 48 cm

해설

피타고라스 정리를 활용하면
$13^2 = 5^2 + x^2$
$x^2 = 169 - 25 = 144$
$\therefore x = 12(\text{cm})$ ($\because x > 0$)
따라서 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 둘레는
$4 \times \overline{BC} = 4 \times 12 = 48(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AB_1} = \overline{AA_2}$, $\overline{AB_2} = \overline{AA_3}$, $\overline{AB_3} = \overline{AA_4}$ 일 때, $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}}$ 의 값을 구하면?



① 1　　② 2　　③ 3

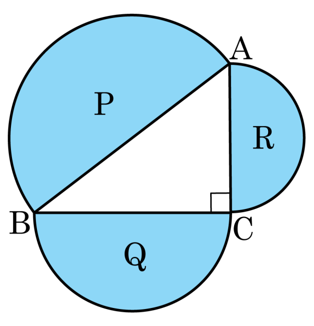
④ 4　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB_4} = \sqrt{1^2+1^2+1^2+1^2+1^2} = \sqrt{5}$ 이다.

따라서 $\dfrac{\overline{AB_4}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ 이다.

14. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

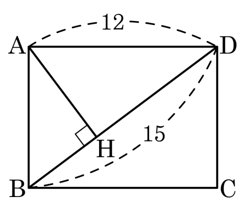


① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설

작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{36}{5}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle ABD$ 에서 $15 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$

16. 넓이가 $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이를 구하면?

① $3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$
④ $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3}$, $a^2 = 72$, $a = 6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

따라서 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$ (cm) 이다.

17. 한 변의 길이가 10 cm 인 정육각형의 넓이는 $a\sqrt{b}\,\text{cm}^2$ 이다. $\dfrac{a}{b}$ 를 구하시오. (단, b는 최소자연수이다.)

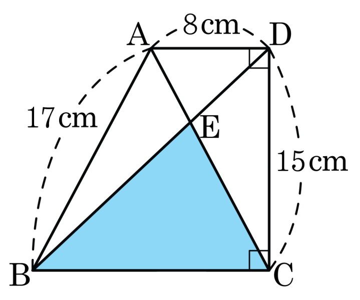
① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정육각형은 6 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 \times 6 = 150\sqrt{3}$ (cm^2) 이다.

$\therefore\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{150}{3} = 50$

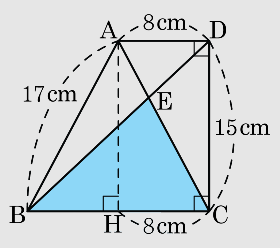
18. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\overline{AH} = 15\text{cm}$

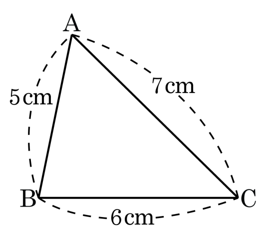
$\overline{BH} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8(\text{cm})$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA (\because \text{AA닮음})$

$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$$\begin{aligned}(\triangle EBC\text{의 넓이}) &= \frac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이}) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15 \\ &= 80(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

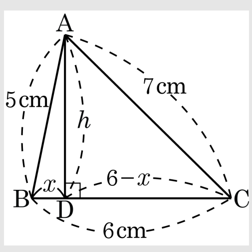


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $6\sqrt{6}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC$ 의 점 A 에서 대변 BC 에 수선을 그어 그 교점을 D 라고 하자



$\overline{AD} = h$, $\overline{BD} = x$ 라고 하면 $\overline{CD} = 6 - x$

$\triangle ABD$ 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle ACD$ 에서 $h^2 = 7^2 - (6 - x)^2$ 이므로

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2$

$12x = 12$, $x = 1(\text{cm})$

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ ($\because x > 0$)

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

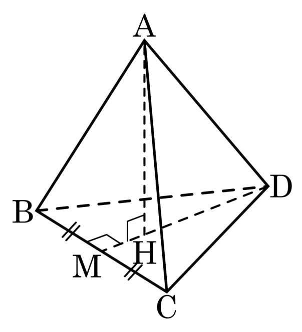
20. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$
$14k^2 = 224$, $k^2 = 16$
$k > 0$ 이므로 $k = 4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

21. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M 은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이고 $\overline{\mathrm{AH}}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle$AMH 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$ ② $13\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$ ③ $14\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$
④ $15\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$

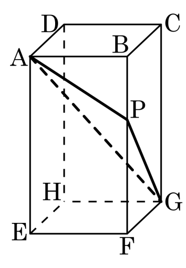
해설

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{MH}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

($\therefore$ $\triangle$AMH의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

22. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AE} = 5$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 8$

$\therefore$ ($\triangle PAG$의 둘레의 길이) $= 10 + 8 = 18$

23. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{BE} = 3$, $\overline{CD} = \sqrt{11}$, $\overline{BC} = \overline{DE} + 2$ 를 만족할 때, $\overline{BC}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = x + 2$

$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$x^2 + (x+2)^2 = 3^2 + (\sqrt{11})^2$

$\therefore\ x = 2$

따라서 $\overline{BC} = 4$ 이다.

24. 밑면은 넓이가 12 인 정사각형이고, 옆면은 4 개의 정삼각형인 사각뿔 P – ABCD 가 있다. 점 P 에서 밑면에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q 에서 옆면 ABP 에 내린 수선의 발을 R이라 할 때, 선분 QR 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

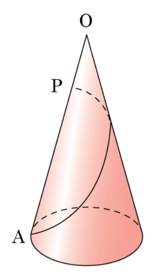
해설

정사각뿔의 한 모서리의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
점 Q 는 밑면의 대각선의 교점이다.
$\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때,
$\overline{MQ} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, $\overline{PM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$,
$\overline{PQ} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$
점 R 은 $\overline{PM}$ 위에 있으므로 $\overline{PM} \perp \overline{QR}$ 이다.

$$\triangle PMQ = \frac{1}{2} \times \overline{MQ} \times \overline{PQ} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6}$$
$$= \frac{3}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{QR}$$

따라서 $\overline{QR} = \sqrt{2}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3, 모선의 길이가 9 인 원뿔의 점 A 에서 출발하여, 모선 OA 를 1 : 2 로 내분하는 점 P 에 이르는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{13}$

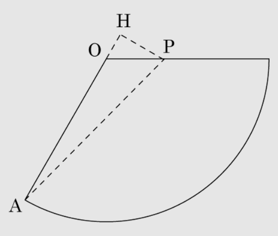
해설

옆면을 이루는 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$ 라 하면 원뿔의 밑면의 둘레의 길이와 부채꼴의 호의 길이는 같으므로

$2\pi \times 3 = 2\pi \times 9 \times \frac{x}{360}$

$\therefore\ x = 120°$

따라서 원뿔의 옆면의 전개도를 그리고 점 P 에서 $\overline{AO}$ 의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle$OPH 에서 $\angle POH = 60°$

$\overline{OP} = \frac{1}{3}\overline{OA} = 3$ 이고, $\overline{OP} : \overline{OH} : \overline{PH} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로

$\overline{OH} = \frac{3}{2}$, $\overline{PH} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ 이다.

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{AP} = \sqrt{\left(9 + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$ 이다.