

1. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식이 $y = a(x-p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$$y = a(x+3)^2 + 1$$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

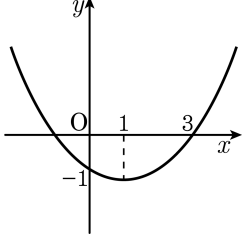
$$-2 = a(0+3)^2 + 1, \quad a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, \quad p = -3, \quad q = 1 \text{ 이므로}$$

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

2. 다음 그림과 같은 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + q$

두 점 $(3, 0)$, $(0, -1)$ 을 지나므로

$$0 = 4a + q \cdots \textcircled{A}$$

$$-1 = a + q \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 를 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{3}, q = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - \frac{4}{3}$$

$$\therefore a + p + q = \frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{3} = 0$$

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 축의 방정식이 $x = -3$ 이고, 점 $(3, -10)$ 을 지나는 포물선이다. $a = -\frac{1}{3}$ 일 때, bc 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $bc = 2$

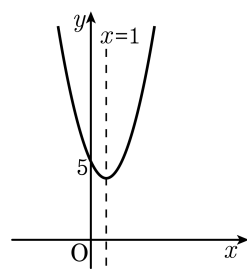
해설

$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + q$ 라 두자.

$(3, -10)$ 을 지나므로 이를 대입하면 $-10 = -\frac{1}{3} \times 6^2 + q, q = 2$

따라서 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 2 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$ 이므로 $bc = (-2) \times (-1) = 2$

4. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차 함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -2$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

$y = (x - 1)^2 + q$ 에서 $(0, 5)$ 를 대입하면 $q = 4$ 이다.

$\therefore y = (x - 1)^2 + 4 = x^2 - 2x + 5$

$\therefore b = -2, c = 5$

5. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1, 1)$, $(0, -5)$, $(2, c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 5

③ 8

④ 11

⑤ 18

해설

$(0, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$

$(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b, a = 2$

따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$

이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로

$c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$

따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

6. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행 이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2 - 2$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 2 + 3 = (x + 2)^2 + 1$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

7. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax$ 의 최솟값이 -8 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 4ax \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 8ax) \\ &= \frac{1}{2}(x + 4a)^2 - 8a^2 \end{aligned}$$

최솟값 $-8a^2 = -8, a^2 = 1$
 $\therefore a = -1 (\because a < 0)$

8. 이차함수 $y = -2x^2 + bx + c$ 가 $x = 2$ 에서 최댓값 5를 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 8$

▷ 정답 : $c = -3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 5) 이므로 이차함수의 식은 $y = -2(x-2)^2 + 5$ 이다.

$y = -2(x-2)^2 + 5$ 을 전개하면 $y = -2x^2 + 8x - 3$ 이므로 $b = 8, c = -3$ 이다.

9. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

10. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



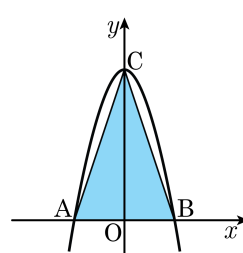
- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

11. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 (0,9) , 점 A 와 B

는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

$$0 = -x^2 + 9$$

$$\therefore x = \pm 3$$

$$\therefore A = (-3, 0), B = (3, 0)$$

$$\triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

12. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ㉠ $\frac{5}{2}$ ㉡ $\frac{15}{2}$ ㉢ $\frac{25}{2}$ ㉣ $\frac{31}{5}$ ㉤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

13. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 $(3, 6)$ 을 지난다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x-2)^2 + 4 \\ \text{점 } (3, 6) \text{ 을 지나므로 } a(3-2)^2 + 4 &= 6 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

16. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 x cm 길게 하고 세로의 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

17. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = -1$ 일 때, 최댓값 2 를 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b + c = 2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$, x^2 의 계수가 1 이므로 이차함수의 식은 $y = (x + 1)^2 + 2$ 이다.

$y = (x + 1)^2 + 2$ 을 전개하면 $y = x^2 + 2x + 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ 이다.

$\therefore a - b + c = 1 - 2 + 3 = 2$

18. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$

② $x < -1$

③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$

⑤ $x > 2$

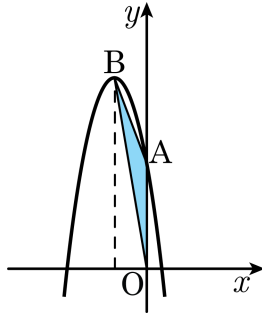
해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

19. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



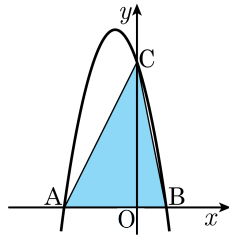
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x + 3)^2 + 17$ 이므로 B(-3, 17)

A(0, 8)이므로 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

20. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

i) 점 A, B 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 x 절편이므로 $y = 0$ 이라 할 때

$$-x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 A 의 좌표는 $(-5, 0)$ 이고 B 의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

ii) 점 C 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 y 절편이므로 $x = 0$ 이라 하면 $y = 10$ 이다.

따라서 C 의 좌표는 $(0, 10)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 35$$