1. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$
$x^2 - 18x + 45 = 0$
$(x-15)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = 15 (\because\ x > 7)$
따라서 빗변의 길이는 $x+2$이므로 17이다.

2. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ ② $486\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ ③ $162\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$

④ $486\mathrm{cm}^2$ ⑤ $162\mathrm{cm}^2$

해설

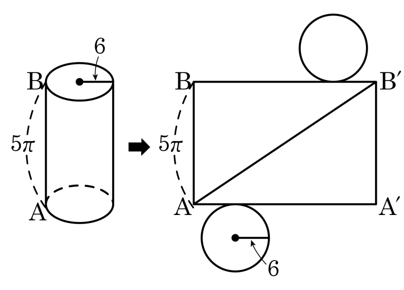
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 9$이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}\mathrm{cm}$이다.

정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로

$6 \times \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 162(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 이고 높이가 5π 인 원기둥에서 A 지점에서 B 지점까지 실을 한 번 감을 때, A 에서 B 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 밑면의 둘레와 최단 거리를 바르게 구한 것은?



① 10π, 12π ② 10π, 13π ③ 12π, 13π

④ 12π, 15π ⑤ 15π, 20π

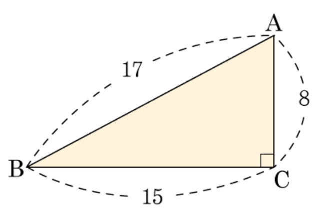
해설

i) 밑면의 반지름의 길이가 6 이므로 밑면의 둘레는 $2\pi \times 6 = 12\pi$

ii) 최단 거리는 직각삼각형 AA′B′ 의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} = \sqrt{(144+25)\pi^2} = \sqrt{169\pi^2} = 13\pi$$

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 옳지 않은 것은 ?



① $\sin A = \dfrac{15}{17}$

② $\tan A = \dfrac{15}{8}$

③ $\sin A + \cos A = \dfrac{23}{17}$

④ $\sin B = \dfrac{8}{15}$

⑤ $\tan B = \dfrac{8}{15}$

해설

④ $\sin B = \dfrac{8}{17}$

5. 다음 삼각비의 값을 크기가 작은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

㉠ $\sin 90°$ ㉡ $\cos 60°$ ㉢ $\cos 90°$

㉣ $\tan 60°$ ㉤ $\sin 60°$

① ㉠㉢㉣㉡㉤ ② ㉡㉤㉠㉣㉢ ③ ㉢㉡㉤㉠㉣

④ ㉣㉠㉤㉡㉢ ⑤ ㉤㉠㉡㉢㉣

해설

㉠ $\sin 90° = 1$

㉡ $\cos 60° = \frac{1}{2}$

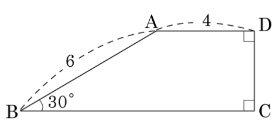
㉢ $\cos 90° = 0$

㉣ $\tan 60° = \sqrt{3}$

㉤ $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

㉢ $\cos 90° <$ ㉡ $\cos 60° <$ ㉤ $\sin 60° <$ ㉠ $\sin 90° <$ ㉣ $\tan 60°$

6. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① 22 ② 25 ③ $3\sqrt{3}+16$

④ $6\sqrt{3}+16$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}+12$

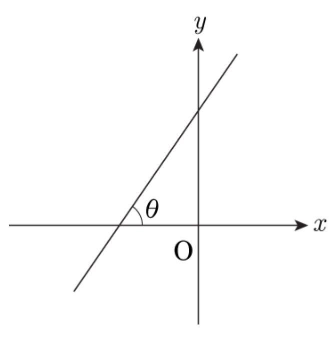
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 발을 점 H 라 할 때, $\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AH}}{6} = \dfrac{1}{2}$, $\overline{AH} = 3$ 이다.

또, $\cos 30^\circ = \dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{BH}}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{BH} = 3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times (4+4+3\sqrt{3}) \times 3 = 12 + \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ 이다.

7. 다음 그림은 직선 $x-\sqrt{3}y+3=0$ 의 그래프이다. 이때, $\angle\theta$ 의 크기를 구하면?



① $30°$ ② $40°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$

$\therefore$ 기울기 : $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(기울기) $=\tan\theta$ 이므로 $\tan\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

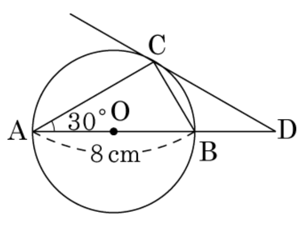
$\therefore \angle\theta=30°$

8. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $0° \le A \le 90°$)

① A의 값이 커지면 $\tan A$의 값도 커진다.
② A의 값이 커지면 $\cos A$의 값도 커진다.
③ A의 값이 커지면 $\sin A$의 값도 커진다.
④ $\sin A$의 최댓값은 1, 최솟값은 0이다.
⑤ $\tan 90°$의 값은 정할 수 없다.

해설
$\angle A$의 크기가 커질수록 $\sin A, \tan A$의 값은 커지고 $\cos A$의 값은 작아진다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 를 지나는 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 8\,cm$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $4\sqrt{3}\,cm^2$

해설

$\angle BCD = \angle BAC = 30^\circ$

$\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 60^\circ$

$\triangle CBD$ 에서

$\angle BDC = \angle CBA - \angle BCD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

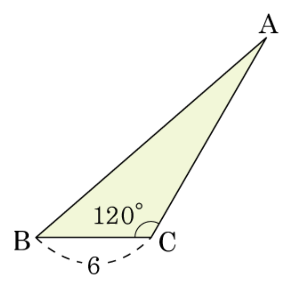
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{BC} = 8\sin 30 \ = 8 \times \frac{1}{2} = 4\ (cm)$

$\therefore$ ($\triangle CBD$의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= 4\sqrt{3}\ (cm^2)$

10. 다음 그림에서 $\overline{BC} = 6$, $\angle C = 120°$ 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $18\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

두 변의 길이가 a, b 이고 그 끼인 각 x 가 둔각이면,

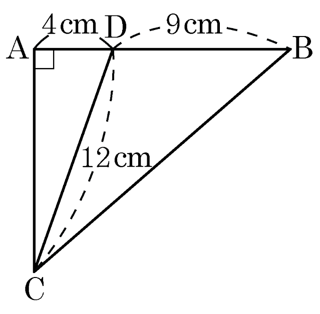
삼각형의 넓이 $S = \frac{1}{2}ab\sin(180° - x)$

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 6 \times \sin(180° - 120°) = 18\sqrt{3}$

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 6 \times \sin 60° = 18\sqrt{3}$

$3\overline{AC} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$ 따라서 $\overline{AC} = 12$ 이다.

11. 다음은 $\angle A = 90°$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



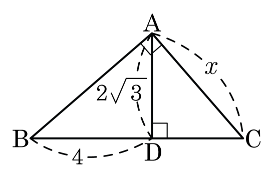
① $\sqrt{31}\text{cm}$　　② $2\sqrt{33}\text{cm}$　　③ $3\sqrt{33}\text{cm}$

④ $4\sqrt{33}\text{cm}$　　⑤ $5\sqrt{33}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} \\ &= \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\text{cm}) \\ \overline{BC} &= \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} \\ &= \sqrt{169 + 128} \\ &= \sqrt{297} = 3\sqrt{33}(\text{cm})\end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 x 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\triangle$ABD 에 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$

$\triangle$ABD 와 $\triangle$CAD 는 $\angle$B 를 공통각으로 가지고

각각 직각 한 개씩을 가지고 있으므로 닮은 꼴이다.

따라서 닮은 삼각형의 성질을 이용하면

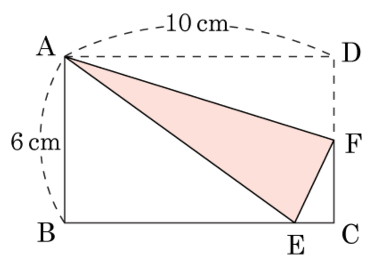
$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{AB}$ 이므로

$\overline{AC} \times \overline{BD} = \overline{AD} \times \overline{AB}$ 에서

$4x = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{7}$

$\therefore\ x = \sqrt{21}$

13. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

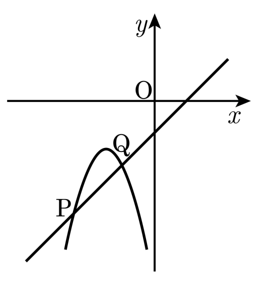


① $\overline{\mathrm{AE}} = 10\,\mathrm{cm}$
② $\overline{\mathrm{BE}} = 8\,\mathrm{cm}$
③ $\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{EAF}$
④ $\triangle\mathrm{ADF} \equiv \triangle\mathrm{AEF}$
⑤ $\angle\mathrm{AFE} = 90°$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\mathrm{cm})$, $\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{EAF}$, $\overline{\mathrm{AF}}$ 는 공통이므로 $\triangle\mathrm{ADF} \equiv \triangle\mathrm{AEF}$ (SAS 합동)이다. $\angle\mathrm{AEF} = 90°$ 이므로 ⑤ 이다.

14. 다음과 같이 $y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는?



① 2　② 3　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{2}$　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$

$-x^2-6x-12=x-2$

$x^2+7x+10=0$

$(x+5)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=-2$

따라서 P $(-5,\ -7)$, Q$(-2,\ -4)$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}} &= \sqrt{(-5+2)^2+(-7+4)^2} \\ &= \sqrt{3^2+3^2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

이다.

15. 정사면체 O – ABC 의 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{\mathrm{OH}} = 6\sqrt{6}$ 일 때, 정사면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ 이므로

$\frac{\sqrt{6}}{3}a = 6\sqrt{6}$

$\therefore\ a = 18$

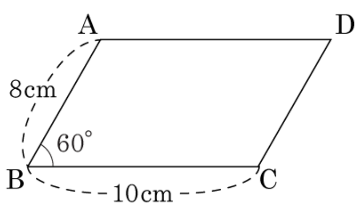
16. $0° < x < 90°$ 에 대하여 $\cos(2x - 10°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족하는 x 의 크기는?

① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$2x - 10° = 30°$ 이다.
$\therefore x = 20°$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$ 이고, 끼인 각의 크기가 $60°$ 인 평행사변형 ABCD 의 넓이는?

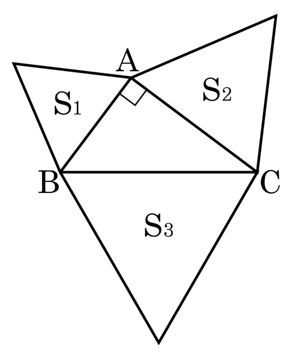


① $40\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $30\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $20\sqrt{3}\text{cm}^2$
④ $10\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

(넓이)$= 8 \times 10 \times \sin 60° = 40\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

18. $\angle A$ 가 $90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$

$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면

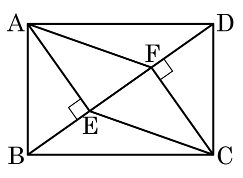
$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$

따라서, S_1 , S_2 , S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로

넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$

즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

19. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이고, $\overline{BD} = 15\,\text{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD}$ 이므로

$5 \times 15 = \overline{AB}^2$, $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle$ABD 가 직각삼각형이므로

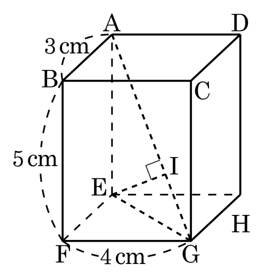
$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AE} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{AD}}{\overline{BD}} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$= 5\sqrt{2} \times 5 = 25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 E 로부터 $\overline{AG}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 할 때, $\sqrt{2}\times\overline{EI}$ 의 값을 구하여라.

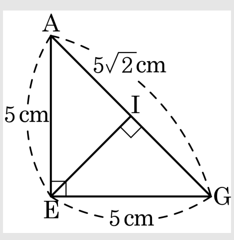


▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

직육면체에서



$\overline{AG} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{EG} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ (cm)

$\triangle$AEG 에서 $\overline{EG}\times\overline{AE} = \overline{EI}\times\overline{AG}$ 이므로

$5\times5 = \overline{EI}\times5\sqrt{2}$

$\therefore\ \sqrt{2}\times\overline{EI} = 5$