

1. $x > 0, y > 0$ 일 때, $(3x + 4y) \left(\frac{3}{x} + \frac{1}{y} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

2. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

3. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{2y}\right)\left(8y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

4. $2a + 3b = 12$ 를 만족하는 양수 a, b 에 대하여 ab 의 최댓값을 구하면?

① 12

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

5. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때, 곱 xy 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

6. 양수 a, b 에 대하여 $\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}}$ 의 최솟값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

7. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right) \left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.



답:

8. a, b 가 양수일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

9. 양수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족할 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 최솟값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

10. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값
은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

11. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

12. a, b, x, y 가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때 $ax + by$ 의
최댓값과 최솟값의 곱은?

① -16

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 16

13. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

14. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고 $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의
최댓값은?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

15. 실수 x, y 에 대하여 $3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 8

16. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 이고 $x^2 + y^2 = 2$ 이 성립할 때,
 $ax + by$ 의 최댓값은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{6}$

17. a, b, c 가 실수이고 $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ 일 때 $a + b + \sqrt{2}c$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

18. 제곱의 합이 일정한 두 실수 x, y 에 대하여 $2x + 3y$ 의 값이 최대일 때, x 와 y 사이의 관계는?

① $x = y$

② $2x = 3y$

③ $3x = 2y$

④ $x = y^2$

⑤ $x^2 = y^2$

19. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때

$\left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

20. $x > -1$ 일 때 $x + \frac{1}{x+1}$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 k 라 할 때 $m + k$ 의 값을 구하여라.



답:

21. $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값과 $ab + xy$ 의 최댓값의 합은? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

22. $x > 2$ 일 때, $2x - 3 + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값을 a , 그 때의 x 의 값을 b 라 할 때, $a + 2b$ 의 값을 구하면?

① $5 + \sqrt{2}$

② $5 + 2\sqrt{2}$

③ $5 + 3\sqrt{2}$

④ $5 + 4\sqrt{2}$

⑤ $5 + 6\sqrt{2}$

23. 다음은 양수 x, y, z 가 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 을 만족할 때, $P = \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z}$ 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$$\begin{aligned}
 P^2 &= \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} \right) + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} \right) + 2(x^2 + y^2 + z^2) \\
 \therefore P^2 &\geq (가)
 \end{aligned}$$

따라서, P 의 최솟값은 (나) 이고,
 등호는 $x = y = z =$ (다) 일 때, 성립한다.

위

의 과정에서 (가)~(다)에 각각 알맞은 것은?

- ① $2, \sqrt{2}, \frac{1}{3}$ ② $9, 3, \frac{1}{\sqrt{3}}$ ③ $3, \sqrt{3}, \frac{1}{3}$
 ④ $3, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ ⑤ $2, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

24. 좌표평면 위의 점 $A(3, 2)$ 를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ $2\sqrt{6}$

25. a, b 는 양의 상수이다. $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1, x > 0, y > 0$ 일 때, $x + y$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{ab}$

② $4\sqrt{ab}$

③ $a + b + 2\sqrt{ab}$

④ $a + b + 4\sqrt{ab}$

⑤ $ab + 3\sqrt{ab}$

26. 실수 x, y, z, t 가 $x + y + z + t = 6$, $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 12$ 를 만족할 때, $xy + yz + zx$ 의 최대값과 최소값의 차는?

① 3

② 9

③ 12

④ $10 + 24\sqrt{3}$

⑤ $21 + 12\sqrt{3}$

27. 실수 x, y, z 에 대하여 $x + 2y + z = 1$, $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 가 성립할 때,
 x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$