

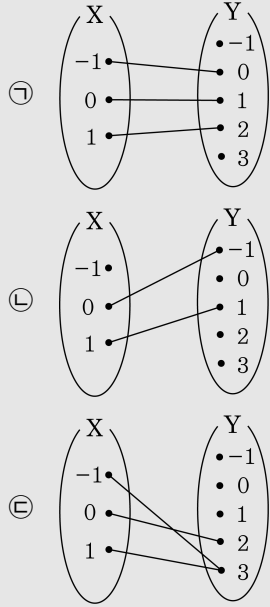
1. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 의 원소 x 에 Y 의 원소 y 가 다음 보기와 같이 대응될 때, 이 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x \rightarrow x+1$
- ㉡ $x \rightarrow 2x-1$
- ㉢ $x \rightarrow x^2+2$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

해설



2. 다음 중 다항함수인 것을 고르면?

① $y = x^2 - 3x + 5$

② $y = \frac{1}{x^2}$

③ $y^2 = x$

④ $\frac{1}{y} = x$

⑤ $xy = 2$

해설

① $y = x^2 - 3x + 5$ 는 x 에 대한 다항식이므로 다항함수이다.

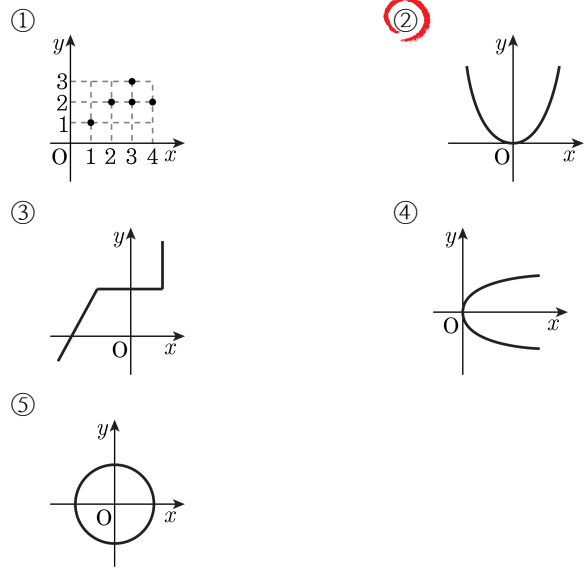
② $y = \frac{1}{x^2}$ 은 x 에 대한 다항식이 아니므로 다항함수가 아니다.

③ $y^2 = x$ 는 $y = \pm \sqrt{x}$ 와 같이 나타내어지고 이 것은 x 에 대한 다항식이 아니므로 다항함수가 아니다.

④ $\frac{1}{y} = x$ 는 $y = \frac{1}{x}$ 과 같이 나타내어지고 이것은 x 에 대한 다항식이 아니므로 다항함수가 아니다.

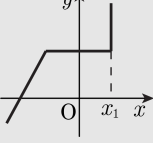
⑤ $xy = 2$ 는 $y = \frac{2}{x}$ 과 같이 나타내어지고 이것은 x 에 대한 다항식이 아니다.

3. 다음 그래프 중에서 함수의 그래프는?

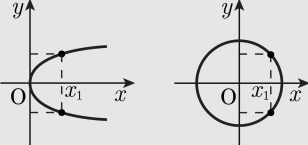


해설

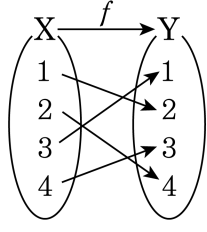
X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응되어야 한다.
① $f(3) = 2, f(3) = 3$ 이므로 함수가 아니다.
③ x_1 에 대응하는 y 의 값이 무수히 많으므로 함수가 아니다.



④, ⑤ x_1 에 대응하는 y 의 값이 2개이므로 함수가 아니다.



4. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



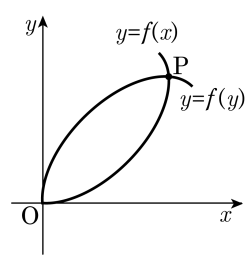
- ① 함수이다.
- ② 정의역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ③ 공역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 4} 이다.
- ⑤ 일대일 대응이다.

해설

- ① 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- ②, ③ 정의역과 공역은 모두 {1, 2, 3, 4}이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 3, 4}이다.
- ⑤ 집합 X 의 각 원소에 대한 함수값이 모두 다르므로 일대일대응이다.

5. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
 ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
 ⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다. 따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로 $(2, 2)$ 이다.

6. 함수 $f(x) = ||x - 2| + 1|$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(-1) = ||-1 - 2| + 1| = 4$$

$$f(3) = ||3 - 2| + 1| = 2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(-1) - f(3) = 2$$

7. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$ 이면
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$ 이다.
위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
 $f(x) = 1$ 은 부적당
 $\therefore f(0) = 0$

8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

① 15개

② 60개

③ 120개

④ 125개

⑤ 243개

해설

「 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 」는 일대일 함수를 의미한다.

즉, $X = \{1, 2, 3\}$ 이고

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로

일대일 함수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)

9. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3(x$ 는 실수) 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$

$\therefore f(2) = 2$

모든 실수 x 에 대하여

$g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.

$\therefore g(4) = -3$

$\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$ 이다.

10. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.
 $\therefore 4^3 = 64$
 $\therefore a + b = 64$

11. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

12. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림

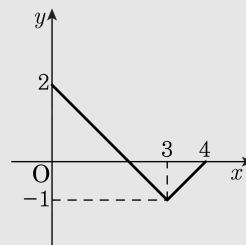
과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1이다.



13. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$

② $y = x^2$

③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나,
정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다.
 x, y 전체 실수 구간에서 그래프가
그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

14. 다음 중 우함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $y = x^4 - 3x^2$	㉡ $y = \frac{1}{x}$	㉢ $y = \sqrt{x^2 + 1}$
㉤ $y = 4x$	㉥ $y = \frac{3}{x^2}$	㉦ $y = x^3$

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉢, ㉥
- ③ ㉠, ㉤, ㉦
- ④ ㉡, ㉢, ㉦
- ⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

우함수인 것은 $y = x^4 - 3x^2$, $y = \sqrt{x^2 + 1}$, $y = \frac{3}{x^2}$ 이고, 나머지는 모두 기함수이다.

15. 정의역이 $\{-1, 0, 1\}$ 일 때, 다음 보기 중 서로 같은 함수를 찾으면?

보기

㉠ $f(x) = \sqrt{x^2}$

㉡ $g(x) = |x|$

㉢ $h(x) = x^2$

㉣ $k(x) = x^4 + x^3 + x^2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠. $f(-1) = \sqrt{(-1)^2} = 1,$

$f(0) = \sqrt{0^2} = 0,$

$f(1) = \sqrt{1^2} = 1$

㉡. $g(x) = |x| = \sqrt{x^2} = f(x)$

㉢. $h(-1) = (-1)^2 = 1,$

$h(0) = 0^2 = 0,$

$h(1) = 1^2 = 1$

㉣. $k(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 = 1,$

$k(0) = 0^4 + 0^3 + 0^2 = 0,$

$k(1) = 1^4 + 1^3 + 1^2 = 3$

16. 집합 $X = \{-2, 0, 2\}$, $Y = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ 가 있다. X 에서 Y 로 함수 $f : X \rightarrow Y$ 중에서 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 개수는?

① 2 가지

② 3 가지

③ 4 가지

④ 5 가지

⑤ 6 가지

해설

$f(0) = -f(0)$ 에서 $f(0) = 0$ 이고,

1) $f(-2) = -3$, $f(2) = 3$

2) $f(-2) = -1$, $f(2) = 1$

3) $f(-2) = 0$, $f(2) = 0$

4) $f(-2) = 1$, $f(2) = -1$

5) $f(-2) = 3$, $f(2) = -3$

따라서 5 가지이다.

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f(f(f(x))) = x$ 가 되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여

$$f(f(x)) = 2f(x) - 3 = 2(2x - 3) - 3 = 4x - 9$$

$$f(f(f(x))) = f(4x - 9) = 2(4x - 9) - 3 = 8x - 21$$

$$f(f(f(x))) = x \text{ 이므로 } 8x - 21 = x$$

$$\therefore x = 3$$

18. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f \circ g = g \circ f \text{에서 } x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$$

$$\text{즉 } 2kx + k^2 - k = 0$$

모든 x 에 대하여 성립하므로 $k = 0$

19. 정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+4}{2}\right) = 3x + 2$ 를 만족시킨다. 이때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f\left(\frac{x+4}{2}\right) = 3x + 2 \text{ 에서}$$

$$\frac{x+4}{2} = 2 \text{ 이면 } x = 0 \text{ 이므로}$$

$$f(2) = 3 \cdot 0 + 2 = 2$$

20. 두 함수 $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = -4x - 5$ 일 때, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ g)(-2)$ 의 값은 얼마인가?

- ① 5
- ② 3
- ③ 1
- ④ -3
- ⑤ -5

해설

$h(x) = ax + b$ 로 놓으면
 $(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(2x + 3)$
 $= a(2x + 3) + b = 2ax + 3a + b$
그런데, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 이므로
 $2ax + 3a + b = -4x - 5$,
 $2a = -4, 3a + b = -5$
즉, $a = -2, b = 1$ 이므로 $h(x) = -2x + 1$
 $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3) = -5$

해설

$(h \circ f)(x) = g(x)$ 에서
 $h(f(x)) = g(x)$ 이고 $f(x) = 2x + 3$ 이므로
 $h(2x + 3) = g(x)$
또한, $(h \circ g)(-2) = h(g(-2)) = h(3)$
 $h(3) = g(0) = -5$

21. 두 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid a \leq y \leq b\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = 3x - 1$ 의 역함수 $f^{-1} : Y \rightarrow X$ 가 존재할 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

함수 $f(x)$ 는 역함수가 존재하므로 일대일 대응이다. 따라서
함수 $f(x)$ 는 점 $(0, a)$, $(2, b)$ 를 지나야 한다.

$$a = f(0) = -1, b = f(2) = 5$$

$$\therefore a + b = 4$$

22. $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ 1-x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(3) + f^{-1}(a) = 0$ 을 만족시키는 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f^{-1}(3) = b$ 라고 하면 $f(b) = 3$ 에서 $2b+1=3$

$\therefore b=1$

이 때, $f^{-1}(3) + f^{-1}(a) = 0$ 에서

$1 + f^{-1}(a) = 0, f^{-1}(a) = -1$

$\therefore f(-1) = a$

$\therefore a = 1 - (-1)^2 = 0$

23. 다음에서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} \ f(x) = -x + 7$	$\textcircled{\text{㉡}} \ f(x) = \frac{3}{2}x$
$\textcircled{\text{㉢}} \ f(x) = -\frac{2}{x}$	$\textcircled{\text{㉣}} \ f(x) = x - 1$

- ① ㉠

② ㉡

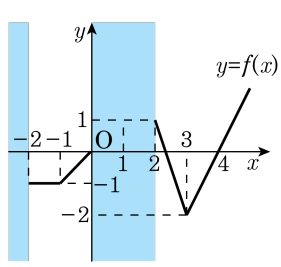
③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 인지 확인한다.
 $\textcircled{\text{㉠}} \ (f \circ f)(x) = x$
 $\textcircled{\text{㉡}} \ (f \circ f)(x) = \frac{9}{4}x$
 $\textcircled{\text{㉢}} \ (f \circ f)(x) = x$
 $\textcircled{\text{㉣}} \ (f \circ f)(x) = x - 2$
따라서 $f = f^{-1}$ 를 만족시키는 함수는 ㉠, ㉢이다.

24. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$ 에 대한 설명이다. M, N 의 합을 구하여라.



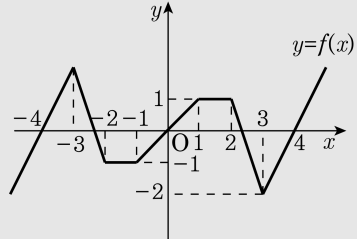
$-4 \leq x \leq -2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 M 이고, $0 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은 N 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시키므로 주어진 함수는 기함수 즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면 다음 그림과 같으므로



$-4 \leq x \leq -2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $M = 2$ 이고,
 $0 \leq x \leq 2$ 일 때,
 $f(x)$ 의 최댓값 $N = 1$ 이다.
 $\therefore M + N = 3$

25. R 를 실수 전체의 집합, $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ 이라 한다. R 에서 A 로의 함수 f 가 $f(x) = 1 - x^2$, $f(x+2) = f(x)$ 로 정의될 때, $f(5)$ 의 값은?

① 0 ② -3 ③ -8 ④ -24 ⑤ -27

해설

$$f(x+2) = f(x) \text{ 에서 } f(5) = f(3) = f(1)$$

$$f(x) = 1 - x^2 \text{ 에서 } f(1) = 0$$

$$\therefore f(5) = 0$$

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 임의의 양수 a, b 에 대하여 $f(ab) = f(a) + f(b)$ 인 관계를 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(1) = 1$
- ② $f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right) = 0$
- ③ $f(a^2) = 2f(a)$
- ④ $f(a^n) = nf(a)$
- ⑤ $x > 1$ 일 때, $f(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 감소함수이다.

해설

① $b = 1$ 이라고 하면
 $f(a) = f(a \cdot 1) = f(a) + f(1)$
 $\therefore f(1) = 0$

② $b = \frac{1}{a}$ 이면 $0 = f(1) = f\left(a \cdot \frac{1}{a}\right) = f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$

③ $b = a$ 이면 $f(a^2) = f(a \cdot a) = f(a) + f(a) = 2f(a)$

④ ③에 의하여 $f(a^n) = f(a \cdot a \cdots a) = f(a) + f(a) + \cdots + f(a) = nf(a)$

⑤ $ab = x, a = y$ 이면 $b = \frac{x}{y}$ 이므로

$f(x) - f(y) = f\left(\frac{x}{y}\right)$

이 때, $x > y$ 이면 $\frac{x}{y} > 1$ 이므로 $f\left(\frac{x}{y}\right) < 0$

따라서 $f(x) < f(y)$ 이므로 $f(x)$ 는 감소함수

27. 함수 $f(x) = x + 3$ 에 대하여 $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의할 때, $f^{100}(100)$ 의 값은?

① 300 ② 400 ③ 500 ④ 600 ⑤ 700

해설

$f^1(x) = x + 3$
 $f^2(x) = f(f^1(x)) = f(x + 3) = x + 6$
 $f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x + 6) = x + 9$
 $\vdots$ 이므로
 $f^n(x) = x + 3n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로
추정할 수 있다.
따라서, $f^{100}(x) = x + 300$ 이므로
 $f^{100}(100) = 100 + 300 = 400$

28. 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 가 $(f \circ g)(x) = 2x - 3, h(x) = 2x + 1$ 을 만족할 때, $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(f \circ g)^{-1}(3) = a \text{ 로 놓으면 } (f \circ g)(a) = 3$$

$$2a - 3 = 3 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(3) = 3$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = (h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1})(3) = h^{-1}((f \circ g)^{-1}(3)) = h^{-1}(3)$$

$$h^{-1}(3) = b \text{ 놓으면 } h(b) = 3$$

$$2b + 1 = 3$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = h^{-1}(3) = 1$$

29. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 2x-9 & (x \geq 0) \\ \frac{2}{3}x-9 & (x < 0) \end{cases}$ 일 때, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합을 구하여라. (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$2x - 9 = x$ 에서 $x = 9$

$\frac{2}{3}x - 9 = x$ 에서 $x = -27$

따라서, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은

$9 + (-27) = -18$

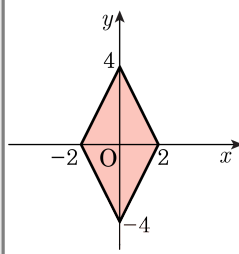
30. 함수 $2|x| + |y| = 4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$2|x| + |y| = 4$ 의 그래프는 $2x + y = 4$,
즉 $y = -2x + 4$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분만 남기고,
이 그래프를 x 축, y 축, 원점에 대하여 각
각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} =$
16



31. 함수 $f(x) = 2x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $f(3x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

- ① $\frac{1}{2}g(x) - \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{6}g(x) - \frac{1}{6}$ ③ $2g(x) - 1$
④ $\frac{1}{3}g(x)$ ⑤ $\frac{1}{2}g(x)$

해설

$f(x) = 2x + 1$ 에서 $y = 2x + 1$ 이라 놓고

x 에 대하여 정리하면 $x = \frac{y-1}{2}$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{x-1}{2}$

$\therefore f^{-1}(x) = g(x) = \frac{x-1}{2}$

$f(3x) = 6x + 1$ 에서 $y = 6x + 1$ 이라 놓고

x 에 대하여 정리하면 $x = \frac{y-1}{6}$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{x-1}{6}$

$\therefore f^{-1}(3x) = g(3x) = \frac{x-1}{6}$

$\therefore g(3x) = \frac{1}{3} \times \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3} \cdot g(x)$

32. 양의 실수 전체의 집합 X 에서 X 로의 일대일대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f^{-1}(x) = x^2$, $(f \circ g^{-1})(x^2) = x$ 일 때, $(f \circ g)(20)$ 의 값은?
(단, f^{-1}, g^{-1} 는 각각 f, g 의 역함수)

① $2\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{10}$ ③ 40 ④ 200 ⑤ 400

해설

$f^{-1}(x) = x^2$ 에서 $f(x^2) = x \cdots \textcircled{\text{A}}$
 $(f \circ g^{-1})(x^2) = x$ 에서 $f(g^{-1}(x^2)) = x \cdots \textcircled{\text{B}}$
 f 는 일대일 대응이므로 $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서
 $g^{-1}(x^2) = x^2$
 $\therefore g(x^2) = x^2$
따라서 $g(20) = 20$, $f(20) = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로
 $(f \circ g)(20) = f(g(20)) = f(20) = 2\sqrt{5}$

33. $0 \leq x < 5$ 에서 직선 $y = ax + b$ 와 함수 $y = [x]^2 - 3[x] + 2$ 의 그래프가 세 개의 점에서 만나도록 실수 a 의 값의 범위는 $m < a < n$ 이다. mn 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

- (i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로 $y = 2$
- (ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로 $y = 0$
- (iii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$ 이므로 $y = 0$
- (iv) $3 \leq x < 4$ 일 때, $[x] = 3$ 이므로 $y = 2$
- (v) $4 \leq x < 5$ 일 때, $[x] = 4$ 이므로 $y = 6$

따라서 $y = [x]^2 - 3[x] + 2$ 의 그래프는 그림과 같이 나타난다. (단, 각 선분의 왼쪽 끝은 포함하고, 오른쪽 끝은 포함하지 않는다.)

직선 $y = ax + b$ 과 교점이 세 개 존재하기 위한 그림을 그려보면

①의 경우에 기울기 a 가 가장 크고, ②의 경우에 기울기 a 가 가장 작다.

따라서 $2 < a < 6$

$m = 2, n = 6$ 이므로 $mn = 12$

