1. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1,\ B = \sqrt{3} + 2,\ C = 2\sqrt{3} + 1$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$ ② $A < B < C$ ③ $A < C < B$
④ $B < A < C$ ⑤ $B < C < A$

2. $x > y > 0$인 실수 $x,\ y$에 대하여 $\dfrac{x}{1+x},\ \dfrac{y}{1+y}$의 대소를 비교하면?

① $\dfrac{x}{1+x} < \dfrac{y}{1+y}$ ② $\dfrac{x}{1+x} \le \dfrac{y}{1+y}$ ③ $\dfrac{x}{1+x} > \dfrac{y}{1+y}$
④ $\dfrac{x}{1+x} \ge \dfrac{y}{1+y}$ ⑤ $\dfrac{x}{1+x} = \dfrac{y}{1+y}$

3. $a > b > 0$일 때, 다음 $2a+b,\ a+2b$의 대소를 비교하면?

① $2a+b < a+2b$
② $2a+b \le a+2b$
③ $2a+b > a+2b$
④ $2a+b \ge a+2b$
⑤ $2a+b = a+2b$

4. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a}+\frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

5. x가 양의 실수 일 때, $x^2+1+\frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x값을 차례대로 구하여라.

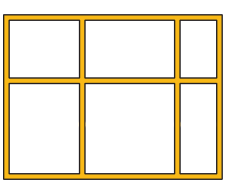
답: _____

답: _____

6. $x > 3$일 때 $\dfrac{3}{x-3} + 2 + 3x$의 최솟값은?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

7. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로의 길이를 구하면? (최대값, 가로의 길이)

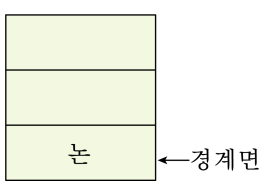


① $(600, 40)$ ② $(1200, 40)$ ③ $(600, 30)$
④ $(1200, 30)$ ⑤ $(450, 60)$

8. 길이가 10인 쇠파이프를 n등분(같은 크기)으로 잘라 다른 장소로 운반하려고 한다. 길이가 x인 쇠파이프 1개를 운반하는 데 드는 비용이 $250x^2$원이고 쇠파이프를 한 번 자를 때 드는 비용이 1000원이라 할 때, 이 쇠파이프를 잘라서 운반하는 데 드는 최소비용은?

① 6000원 ② 7000원 ③ 8000원
④ 9000원 ⑤ 10000원

9. 한 농부가 다음 그림과 같이 바깥쪽으로 철조망을 치고 안쪽에 2개의 철조망을 설치하여 세 개의 직사각형 모양의 논의 경계선을 만들려고 한다. 논 바깥쪽 경계를 표시하는 철조망은 1m에 3만원, 논 안쪽의 경계를 표시하는 철조망은 1m에 1만원의 비용이 든다면 넓이가 $27m^2$인 논의 경계선을 만들 때의 최소비용은? (단, 철조망 두께는 생각하지 않는다)



① 70만원 ② 71만원 ③ 72만원
④ 73만원 ⑤ 74만원

10. $a,\ b,\ x,\ y$가 실수이고 $a^2+b^2=2,\ x^2+y^2=8$일 때, $ax+by$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ 1　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ -5

11. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$를 만족하는 실수 x, y, z에 대하여 $x + 2y + 3z$의 최대값을 구하면?

① 14　　② 17　　③ $7\sqrt{2}$　　④ $2\sqrt{7}$　　⑤ $3\sqrt{3}$

12. $a^2+b^2=4,\ x^2+y^2=9$일 때, $ax+by$가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \le ax+by \le 4$
② $-9 \le ax+by \le 9$
③ $-6 \le ax+by \le 6$
④ $0 \le ax+by \le 36$
⑤ $-36 \le ax+by \le 36$

13. 임의의 양의 실수 $x,\ y$에 대하여 $A = \dfrac{x+y}{2},\ G = \sqrt{xy},\ H = \dfrac{2xy}{x+y}$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $G \geq A \geq H$ ② $A \geq H \geq G$ ③ $A \geq G \geq H$

④ $H \geq G \geq A$ ⑤ $H \geq A \geq G$

14. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수 $a,\ b,\ H$에 대하여
적당한 실수 r가 존재하여
$a = H + \frac{a}{r},\ H = b + \frac{b}{r} \cdots$ (A)가 성립한다고 하자.
그러면 $a \neq b$이고 $\frac{a-H}{a} =$ (가) $\cdots (B)$이므로
$H =$ (나)이다.
역으로, $a \neq b$인 양수 $a,\ b$에 대하여
$H =$ (나)이면,
식 (B)가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$이다.
(B)에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$이라 놓으면
식 (A)가 성립한다. 따라서 양수 $a,\ b,\ H$에 대하여 적당한 실수 r이 존재하여
식 (A)가 성립하기 위한 (다) 조건은
$a \neq b$이고 $H =$(나)이다.

위의 증명에서 (가) , (나) , (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

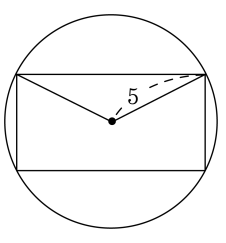
① $\frac{H-b}{b},\ \frac{2ab}{a+b}$, 필요충분
② $\frac{H-b}{b},\ \frac{ab}{a+b}$, 필요충분
③ $\frac{H-b}{b},\ \frac{2ab}{a+b}$, 충분
④ $\frac{b-H}{b},\ \frac{2ab}{a+b}$, 필요
⑤ $\frac{b-H}{b},\ \frac{ab}{a+b}$, 충분

15. $a > 0,\ b > 0$일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

Ⅰ. $1 + a > \sqrt{1+2}a$
Ⅱ. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
Ⅲ. $a + \dfrac{1}{a} \geq 2$
Ⅳ. $\dfrac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$
Ⅴ. $(a+b)\left(\dfrac{2}{a} + \dfrac{2}{b}\right) \geq 4$
Ⅵ. $(2a+b)\left(\dfrac{8}{a} + \dfrac{1}{b}\right) \geq 25$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

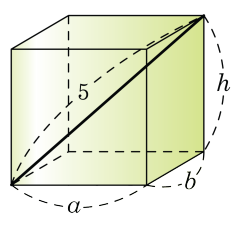
16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



① $\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$

④ $20\sqrt{2}$ ⑤ $100\sqrt{2}$

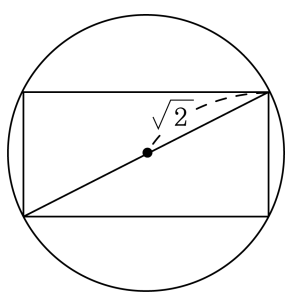
17. 코시-슈바르츠 부등식 $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq (ax+by+cz)^2$을 이용하여 가로, 세로, 높이가 각각 a, b, h이고, 대각선의 길이가 5인 직육면체에서 모든 모서리의 길이의 합의 최댓값을 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $20\sqrt{3}$

④ $25\sqrt{5}$ ⑤ $24\sqrt{6}$

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 실수 a, b 에 대하여 $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2+b^2}$ 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$ 이면 $a < c$

㉡ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉢ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > ab$

㉣ $|a| + |b| > |a + b|$

㉤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉤　② ㉡, ㉣, ㉠　③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉤　⑤ ㉠, ㉣, ㉤

21. 부등식 $x^2+(a+1)x+(a+1)\geq 0$이 절대부등식이 되기 위한 정수 a의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

22. 모든 실수 $x,\ y$ 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 $a,\ b$ 의 조건은?

① $a \le b^2$ ② $b^2 \le a$ ③ $a^2 \le b$

④ $b \le a^2$ ⑤ $a^2 = b$

23. 모든 실수 $x,\ y$에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$이 성립하기 위한 실수 $a,\ b$의 조건은?

① $a \leq b^2$　　② $b^2 \leq a$　　③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$　　⑤ $b \leq 4a^2$

24. 다음 중 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $-x^2+4x-6<0$
㉡ $x^2-6x+9>0$
㉢ $x^2-2x+4\geq 0$
㉣ $a=b<0$이고, $ax-b>bx+a$ (단, $a,\ b$는 실수)
㉤ $a=b\leq 0$이고, $ax-b>bx+a$ (단, $a,\ b$는 실수)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

25. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

26. $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$의 최솟값을 구하여라.

답: _____

27. $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

답: _____

28. $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$일 때, 절대부등식 $\dfrac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호는 $a = b = c$일 때 성립)을 이용할 때, $x > 0$이면 $8x^2 + \dfrac{2}{x}$의 최소값은?

① $2\sqrt{3}$ ② $2^3\sqrt{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10