

1. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$

② $A < B < C$

③ $A < C < B$

④ $B < A < C$

⑤ $B < C < A$

2. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$

② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$

③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$

⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

3. $a > b > 0$ 일 때, 다음 $2a + b$, $a + 2b$ 의 대소를 비교하면?

① $2a + b < a + 2b$

② $2a + b \leq a + 2b$

③ $2a + b > a + 2b$

④ $2a + b \geq a + 2b$

⑤ $2a + b = a + 2b$

4. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의
최솟값을 구하여라.

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

5. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

 답: _____

 답: _____

6. $x > 3$ 일 때 $\frac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3

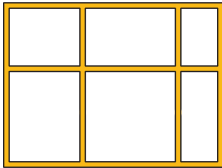
② 5

③ 12

④ 15

⑤ 17

7. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로 길이를 구하면? (최대값, 가로의 길이)



① (600, 40)

② (1200, 40)

③ (600, 30)

④ (1200, 30)

⑤ (450, 60)

8. 길이가 10인 쇠파이프를 n 등분(같은 크기)으로 잘라 다른 장소로 운반하려고 한다. 길이가 x 인 쇠파이프 1개를 운반하는 데 드는 비용이 $250x^2$ 원이고 쇠파이프를 한 번 자를 때 드는 비용이 1000 원이라 할 때, 이 쇠파이프를 잘라서 운반하는 데 드는 최소비용은?

① 6000 원

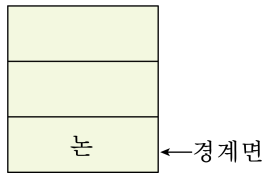
② 7000 원

③ 8000 원

④ 9000 원

⑤ 10000 원

9. 한 농부가 다음 그림과 같이 바깥쪽으로 철조망을 치고 안쪽에 2개의 철조망을 설치하여 세 개의 직사각형 모양의 논의 경계선을 만들려고 한다. 논 바깥쪽 경계를 표시하는 철조망은 1m에 3만원, 논 안쪽의 경계를 표시하는 철조망은 1m에 1만원의 비용이 든다면 넓이가 27m^2 인 논의 경계선을 만들 때의 최소비용은? (단, 철조망 두께는 생각하지 않는다)



① 70만원

② 71만원

③ 72만원

④ 73만원

⑤ 74만원

10. a, b, x, y 가 실수이고 $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ -5

11. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 를 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 $x + 2y + 3z$ 의 최대값을 구하면?

① 14

② 17

③ $7\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $3\sqrt{3}$

12. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \leq ax + by \leq 4$

② $-9 \leq ax + by \leq 9$

③ $-6 \leq ax + by \leq 6$

④ $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤ $-36 \leq ax + by \leq 36$

13. 임의의 양의 실수 x, y 에 대하여 $A = \frac{x+y}{2}$, $G = \sqrt{xy}$, $H = \frac{2xy}{x+y}$ 라

할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $G \geq A \geq H$

② $A \geq H \geq G$

③ $A \geq G \geq H$

④ $H \geq G \geq A$

⑤ $H \geq A \geq G$

14. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수 a, b, H 에 대하여

적당한 실수 r 가 존재하여

$a = H + \frac{a}{r}, H = b + \frac{b}{r} \cdots (A)$ 가 성립한다고 하자.

그러면 $a \neq b$ 이고 $\frac{a-H}{a} = (가) \cdots (B)$ 이므로

$H = (나)$ 이다.

역으로, $a \neq b$ 인 양수 a, b 에 대하여

$H = (나)$ 이면,

식 (B) 가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.

(B) 에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$ 이라 놓으면

식 (A) 가 성립한다. 따라서 양수 a, b, H 에 대하여 적당한 실수 r 이 존재하여

식 (A) 가 성립하기 위한 $(다)$ 조건은

$a \neq b$ 이고 $H = (나)$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

① $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b},$ 필요충분

② $\frac{H-b}{b}, \frac{ab}{a+b},$ 필요충분

③ $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b},$ 충분

④ $\frac{b-H}{b}, \frac{2ab}{a+b},$ 필요

⑤ $\frac{b-H}{b}, \frac{ab}{a+b},$ 충분

15. $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

I. $1 + a > \sqrt{1 + 2a}$

II. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

III. $a + \frac{1}{a} \geq 2$

IV. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$

V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) \geq 4$

VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 25$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?

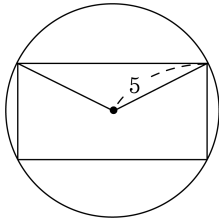
① $\sqrt{2}$

② $5\sqrt{2}$

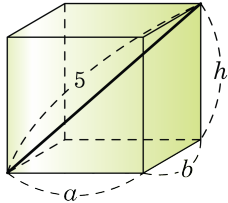
③ $10\sqrt{2}$

④ $20\sqrt{2}$

⑤ $100\sqrt{2}$

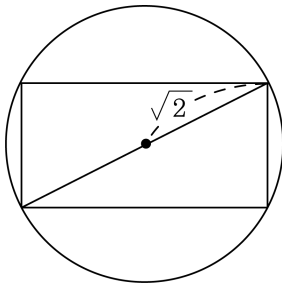


17. 코시-슈바르츠 부등식 $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$ 을 이용하여 가로, 세로, 높이가 각각 a, b, h 이고, 대각선의 길이가 5 인 직육면체에서 모든 모서리의 길이의 합의 최댓값을 구하면?



- ① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $20\sqrt{3}$
④ $25\sqrt{5}$ ⑤ $24\sqrt{6}$

18. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

19. 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2}$ 의 최댓값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

20. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$ 이면 $a < c$

㉡ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉢ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > ab$

㉤ $|a| + |b| > |a + b|$

㉥ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉥

② ㉡, ㉤, ㉠

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉤, ㉥

21. 부등식 $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수 a 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

22. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $a^2 = b$

23. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

24. 다음 중 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $-x^2 + 4x - 6 < 0$

㉡ $x^2 - 6x + 9 > 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 \geq 0$

㉤ $a = b < 0$ 이고, $ax - b > bx + a$ (단, a, b 는 실수)

㉥ $a = b \leq 0$ 이고, $ax - b > bx + a$ (단, a, b 는 실수)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

25. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

26. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

27. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.



답: _____

28. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, 절대부등식 $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호는

$a=b=c$ 일 때 성립)을 이용할 때, $x > 0$ 이면 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최소값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2^3\sqrt{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10