1. 다음 부등식 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $3^{40} > 2^{60}$	㉡ $3^{200} > 6^{150}$
㉢ $5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$	

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

2. n이 자연수 일 때, $2^{10n}, 1000^n$ 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

3. 다음 중 세 수 3^{30}, 4^{20}, 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

4. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \le |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2$
$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2$
$= 2(\quad ㉠ \quad) \ge 0$
$\therefore (|a| + |b|)^2 \ge |a + b|^2$
그런데 $|a| + |b| \ge 0,\ |a + b| \ge 0$ 이므로
$|a|+|b| \ge |a+b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

① $|ab| + ab,\ |ab| = ab,\ ab \le 0$

② $|ab| + ab,\ |ab| = -ab,\ ab \ge 0$

③ $|ab| - ab,\ |ab| = -ab,\ ab \le 0$

④ $|ab| - ab,\ |ab| = ab,\ ab \ge 0$

⑤ $|ab| - ab,\ |ab| = ab,\ ab \le 0$

5. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식$|a| + |b| \geq |a+b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 <u>않은</u> 성질을 고르면?

증명

$(|a| + |b|)^2 - (|a+b|)^2$
$= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a+b)^2$
$= \ a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2$
$= \ 2(|ab| - ab)\ 0$
$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a+b|)^2$
$\therefore |a| + |b| \geq |a+b|$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b$, $b \geq c$ 이면 $a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$

⑤ $a \geq 0$, $b \geq 0$, $a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

6. 실수 x, y에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\lvert x\rvert+\lvert y\rvert \geq \lvert x+y\rvert$	㉡ $\lvert x+y\rvert \geq \lvert x-y\rvert$
㉢ $\lvert x-y\rvert \geq \lvert x\rvert-\lvert y\rvert$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

7. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\lvert a\rvert^2 = a^2$	㉡ $\lvert ab\rvert \geq ab$
㉢ $\lvert a\rvert + \lvert b\rvert \geq \lvert a-b\rvert$	㉣ $\lvert a\rvert - \lvert b\rvert \geq \lvert a-b\rvert$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

8. $x > 2$일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$의 최솟값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

9. $a>0,\ b>0$ 일 때, $(a-b)\left(\frac{1}{a}-\frac{4}{b}\right)$ 의 최댓값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

10. 양수 a, b가 $a + b = 1$을 만족할 때, $\dfrac{a^2+1}{a} + \dfrac{b^2+1}{b}$의 최솟값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 양수 x에 대하여 $8x^2 + \dfrac{2}{x}$의 최솟값은?

① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt[3]{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\dfrac{a+b+c}{a} + \dfrac{a+b+c}{b} + \dfrac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

13. $x > 3$ 일 때 $\dfrac{3}{x-3} + 2 + 3x$ 의 최솟값은?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

14. 양수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=9$일 때 abc의 최댓값은?

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

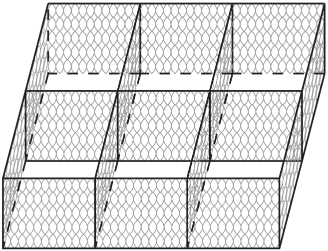
15. 양수 x에 대하여 $\dfrac{x^2+2x+2}{x}$는 $x=a$에서 최솟값 b를 가질 때, $-2a+b+1$의 값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

16. 한 자리의 자연수 $l,\ m,\ n$에 대하여 $\{l,\ m,\ n\} = \{p,\ q,\ r\}$가 성립한다고 한다. 이 때, $\dfrac{l}{p} + \dfrac{m}{q} + \dfrac{n}{r}$의 최소값은?

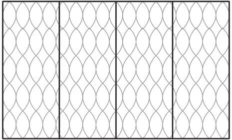
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

17. 동원이가 길이 $152\,\mathrm{m}$ 인 철망을 가지고 다음 그림과 같이 여섯 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이가 최대가 될 때, 전체 직사각형의 가로의 길이는?



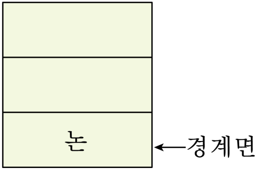
① 19 ② $\frac{68}{3}$ ③ $\frac{70}{3}$ ④ 24 ⑤ $\frac{76}{3}$

18. 어떤 농부가 길이 $60\,\mathrm{m}$의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



① $60\mathrm{m}^2$　② $70\mathrm{m}^2$　③ $80\mathrm{m}^2$　④ $90\mathrm{m}^2$　⑤ $100\mathrm{m}^2$

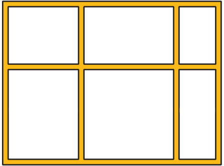
19. 한 농부가 다음 그림과 같이 바깥쪽으로 철조망을 치고 안쪽에 2개의 철조망을 설치하여 세 개의 직사각형 모양의 논의 경계선을 만들려고 한다. 논 바깥쪽 경계를 표시하는 철조망은 1m 에 3만원, 논 안쪽의 경계를 표시하는 철조망은 1m 에 1만원의 비용이 든다면 넓이가 27m^2 인 논의 경계선을 만들 때의 최소비용은? (단, 철조망 두께는 생각하지 않는다)



① 70만원 ② 71만원 ③ 72만원

④ 73만원 ⑤ 74만원

20. 길이가 240 인 끈을 가지고 운동장에 다음 그림과 같은 6 개의 작은 직사각형을 그리려고 한다. 사각형의 전체 넓이의 최대값과 이 때 전체 직사각형의 가로의 길이를 구하면? (최대값, 가로의 길이)



① $(600, 40)$ ② $(1200, 40)$ ③ $(600, 30)$

④ $(1200, 30)$ ⑤ $(450, 60)$

21. 길이가 16 m 인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① $8\,\mathrm{m}^2$ ② $16\,\mathrm{m}^2$ ③ $25\,\mathrm{m}^2$ ④ $36\,\mathrm{m}^2$ ⑤ $64\,\mathrm{m}^2$

22. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$ ② $5+5\sqrt{2}$ ③ 25

④ $\frac{25}{4}+\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{45}{4}+5\sqrt{2}$

23. 네 실수 a, b, c, d에 대하여 $a+b+c+d=8$, $a^2+b^2+c^2+d^2=124$ 가 성립할 때, 실수 d의 최솟값 m과 최댓값 M의 합 $m+M$의 값은?

① -7 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

24. $x \geq 0$, $y \geq 0$이고 $x + 3y = 8$일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{3y}$의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

25. $x > 0,\ y > 0,\ z > 0$ 이고 $x + y + z = 10$ 일 때, $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z}$ 의 최댓값을 구하면?

① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

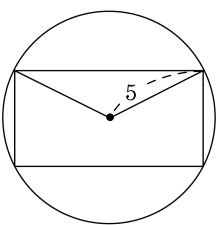
26. 두 실수 x, y의 제곱의 합이 10일 때, $x+3y$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 한다. 이 때, $M-m$의 값을 구하여라.

답: ____________

27. 실수 a, b 에 대하여 $\dfrac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2}$ 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



① $\sqrt{2}$　② $5\sqrt{2}$　③ $10\sqrt{2}$

④ $20\sqrt{2}$　⑤ $100\sqrt{2}$

29. $(1+a)(1+b)(1+c)=8$인 양수 a, b, c에 대하여 $abc \le 1$임을 다음과 같이 증명하였다.

증명

$(1+a)(1+b)(1+c)=8$을 전개하면
$1+(a+b+c)+(ab+bc+ca)+abc=8$
이때, $a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 산술평균 , 기하평균의 관계를 이용하면
$a+b+c \ge 3\ \sqrt[3]{abc}$
(단, 등호는 $a=b=c$일 때 성립)
$ab+bc+ca \ge 3$ ([가])
(단, 등호는 $a=b=c$일 때 성립)
$\therefore S\ \ge 1+3\ \sqrt[3]{abc}+3(\sqrt[3]{abc})^2+abc$
$=(1+\ \sqrt[3]{abc})^3$
따라서 $\sqrt[3]{abc}+1 \le 2,\quad abc \le 1$
(단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

위의 증명에서 [가], [나], [다]에 알맞은 것을 순서대로 적으면 ?

① $abc,\ a=b=c=1$
② $\sqrt[3]{abc},\ a=2$이고 $b=c$
③ $(\sqrt[3]{abc})^2,\ a=b=c=1$
④ $abc,\ a=b$이고$c=2$
⑤ $(\sqrt[3]{abc})^2,\ a=b=c=2$

30. 다음은 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}=1$을 만족하는 두 양수 x, y에 대하여 $x+y$의 최솟값을 구하는 풀이이다. 적절하지 <u>못한</u> 부분은?

$$\frac{1}{x}+\frac{4}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x}\cdot\frac{4}{y}} \cdots ㉠$$
$$= \frac{4}{\sqrt{xy}}$$
$$\therefore\ \sqrt{xy} \geq 4 \cdots ㉡$$
$$\therefore\ x+y \geq 2\sqrt{xy} \geq 2\cdot 4 = 8 \cdots ㉢$$
따라서 $x+y$의 최솟값은 8이다. ……㉣

① ㉠　　② ㉡

③ ㉢　　④ ㉣

⑤ 틀린 곳이 없다.

31. 다음은 $a \geq 0, b \geq 0$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 임을 증명한 것이다. 물음에 답하여라.

> [(가)] - [(나)]
> $= \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$
> $= (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b}$
> $= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}$ [(다)]
> 따라서, [(가)] $\geq$ [(나)]
> 한편, 등호는 [(라)] 일 때 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① (가) $a+b$ (나) $\sqrt{ab}$ (다) ≥ 0 (라) $a=0, b=0$

② (가) $\frac{a+b}{2}$ (나) $2\sqrt{ab}$ (다) ≤ 0 (라) $a=0, b=0$

③ (가) $\frac{a+b}{2}$ (나) $\sqrt{ab}$ (다) ≥ 0 (라) $a=b$

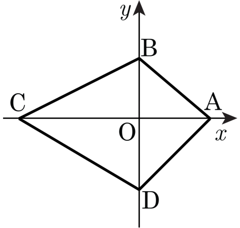
④ (가) $\sqrt{ab}$ (나) $a+b$ (다) ≥ 0 (라) $a=b$

⑤ (가) $2\sqrt{ab}$ (나) $\frac{a+b}{2}$ (다) ≤ 0 (라) $a=0, b=0$

32. x가 실수일 때, $\dfrac{x^2-x+1}{x^4-2x^3+3x^2-2x+2}$의 최댓값은?

① $-\dfrac{3}{2}$　　② $-\dfrac{1}{2}$　　③ $\dfrac{1}{2}$　　④ $\dfrac{3}{2}$　　⑤ 2

33. 좌표평면의 좌표 축 위에 아래 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를 잡아 사각형 ABCD를 그린다. $\triangle$OAB와 $\triangle$OCD의 넓이가 각각 9, 16이다. 사각형 ABCD의 넓이의 최소값은?



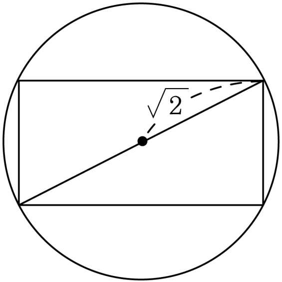
① 37 ② 40 ③ 43 ④ 46 ⑤ 49

34. 반지름이 $r(\mathrm{cm})$ 인 원에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하면?

① $2r(\mathrm{cm}^2)$ ② $r^2(\mathrm{cm}^2)$ ③ $2r^2(\mathrm{cm}^2)$

④ $\sqrt{2}r^2(\mathrm{cm}^2)$ ⑤ $\dfrac{r^2}{2}(\mathrm{cm}^2)$

35. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?

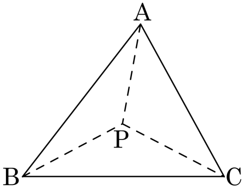


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

36. 세 변의 길이가 6, 8, 10인 삼각형의 내부의 한 점 P에서 각 변에 이르는 거리를 각각 x_1, x_2, x_3라 할 때, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$의 최솟값은?

① $-\frac{288}{25}$ ② $\frac{144}{15}$ ③ $\frac{144}{25}$ ④ $\frac{288}{25}$ ⑤ $\frac{576}{25}$

37. 넓이가 a인 삼각형 ABC의 내부에 한 점 P에 대하여 $\triangle$PAB, $\triangle$PBC, $\triangle$PCA의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 할 때 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$의 최솟값은?



① $\dfrac{a^2}{3}$ ② a^2 ③ $\sqrt{3}a^2$

④ $3a^2$ ⑤ $3\sqrt{3}a^2$

38. 실수 a, b, c에 대하여 $a+b+c=1$일 때 $ab+bc+ca$의 최댓값은?

① 1　　② $\sqrt{3}$　　③ $\frac{1}{3}$　　④ $\frac{1}{9}$　　⑤ $\frac{2}{11}$

39. $a,\ b,\ c,\ d,\ x,\ y,\ z$가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.(단, 순서대로 쓸 것)

㉠ $a^2+b^2 \geq ab$
㉡ $a^2+b^2+1 < 2(a+b-1)$
㉢ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \leq (ax+by+cz)^2$
㉣ $\lvert a+b \rvert \leq \lvert a \rvert + \lvert b \rvert$
㉤ $\lvert a \rvert - \lvert b \rvert \geq \lvert a-b \rvert$
㉥ $\lvert a+b \rvert \geq \lvert a \rvert - \lvert b \rvert$

답 : ________

답 : ________

답 : ________

40. 다음 중 항상 성립하는 부등식이 아닌 것은?$(a, b, c$ 는 모두 양수)

① $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

② $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$

③ $a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$

④ $a^2 - 1 > a$

⑤ $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

41. 서로 다른 세 양수 p, q, r에 대하여 $\dfrac{2}{p+q}+\dfrac{2}{q+r}+\dfrac{2}{r+p} \geq \dfrac{k}{p+q+r}$ 이 성립할 때 k의 최댓값은?

① 2 ② 5 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

42. $(1+a)(1+b)(1+c)=8$ 인 양수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $abc \le 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.
(가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 적으으면?

증명

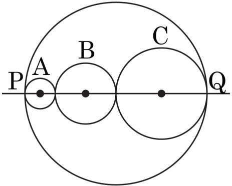
주어진 식을 전개하면
$1+(a+b+c)+(ab+bc+ca)+abc=8$
이 때, (산술평균)≥(기하평균) 을 이용하면
$a+b+c \ge 3(abc)^{\frac{1}{3}}$
$ab+bc+ca \ge 3 \times \boxed{(가)}$ 이고,
등호는 $a=b=c$ 일 때 성립한다.
$\therefore 8 \ge 1+3(abc)^{\frac{1}{3}}+3(abc)^{\frac{2}{3}}+abc=\left\{1+(abc)^{\frac{1}{3}}\right\}^3$
그러므로 $(abc)^{\frac{1}{3}}+1 \le 2$
곧, $abc \le 1$ 을 얻는다.
또, 등호는 $\boxed{(나)}$ 일 때 성립한다.

① abc , $a=b=c=1$
② $(abc)^{\frac{1}{3}}$, $a=2$ 이고 $b=c$
③ $(abc)^{\frac{2}{3}}$, $a=b=c=1$
④ abc , $a=b$ 또는 $c=2$
⑤ $(abc)^{\frac{2}{3}}$, $a=b=c=2$

43. $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$일 때, 절대부등식 $\dfrac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ (등호는 $a = b = c$일 때 성립)을 이용할 때, $x > 0$이면 $8x^2 + \dfrac{2}{x}$의 최소값은?

① $2\sqrt{3}$ ② $2^3\sqrt{3}$ ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

44. 다음 그림에서와 같이 외접하고 있는 구 A, B, C가 있다. 겉넓이의 총합이 40π일 때, 현재의 반지름을 각각 2배, 4배, 6배 증가시켰을 때, 점 P에서 Q까지 길이의 최댓값은?



① $4\sqrt{35}$ ② $6\sqrt{35}$ ③ $8\sqrt{35}$

④ $10\sqrt{35}$ ⑤ $12\sqrt{35}$

45. 실수 a, b, c가 다음 두 등식을 만족할 때, c값의 범위는?

$$a+b+c=5,\ \ b^2+c^2=11-a^2$$

① $-\frac{1}{2} \le c \le \frac{1}{2}$ ② $-3 \le c \le \frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3} \le c \le 3$
④ $1 \le c \le \frac{3}{2}$ ⑤ $1 \le c \le \frac{5}{2}$