

1. 영희는 3 회에 걸쳐 치른 국어 시험 성적의 평균이 85 점이 되게 하고 싶다. 2 회까지 치른 국어 점수의 평균이 84 점일 때, 3 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 81 점 ② 83 점 ③ 85 점 ④ 87 점 ⑤ 89 점

해설

1, 2 회 때 각각 받은 점수를 a , b 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b}{2} = 84, \quad a+b = 168$$

$$\frac{a+b+x}{3} = 85, \quad (a+b) + x = 255, \quad 168 + x = 255 \quad \therefore x = 87$$

따라서 87 점을 받으면 평균 85 점이 될 수 있다.

2. 다음은 5 명의 학생의 수학 과목의 수행 평가의 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 표준편차는?

이름	진희	태경	경민	민정	효진
편차(점)	-1	2	3	-4	0

- ① $\sqrt{3}$ 점
- ② 2 점
- ③ $\sqrt{5}$ 점
- ④ $\sqrt{6}$ 점
- ⑤ $\sqrt{7}$ 점

해설

분산은 $\frac{(-1)^2 + 2^2 + 3^2 + (-4)^2 + 0^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$
따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$ 점 이다.

3. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

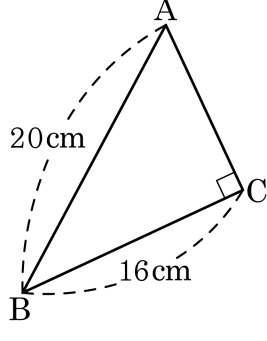
$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})\end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}&\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100\end{aligned}$$

이다.

4. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?

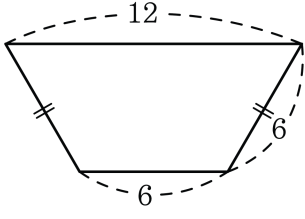


- ① 92cm²
- ② 94cm²
- ③ 96cm²
- ④ 98cm²
- ⑤ 100cm²

해설

피타고라스 정리에 따라
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$
 $\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$
 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$
따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인
등변사다리꼴의 넓이는?



- ① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

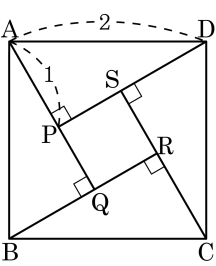
해설

등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(넓이) $= (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 2인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 1$ 이다. 사각형 PQRS 의 넓이는?



- ① $5 - 3\sqrt{2}$ ② $4 - \sqrt{3}$ ③ $4 - 2\sqrt{3}$
 ④ $5 - \sqrt{3}$ ⑤ $2 - \sqrt{3}$

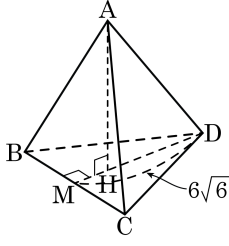
해설

□PQRS 는 정사각형이므로

$$\overline{AQ} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{PQ} = \sqrt{3} - 1$$

$$\therefore \square PQRS = (\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$$

7. 다음 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면 BCD에 수선 AH를 그으면 점 H는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이 된다. 선분 MD의 길이가 $6\sqrt{6}$ 일 때, 정사면체의 부피는?



- ① 48 ② $48\sqrt{2}$ ③ 567
 ④ 576 ⑤ $576\sqrt{2}$

해설

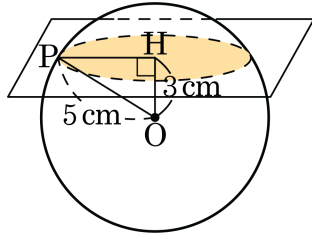
한 모서리의 길이를 a 라 하면
 선분 MD는 정삼각형인 $\triangle BCD$ 의 높이에 해당하므로

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times a = 6\sqrt{6}$$

$$\therefore a = 12\sqrt{2}$$

$$\therefore (\text{정사면체의 부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times (12\sqrt{2})^3 = 576$$

8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 구를 중심 O 에서 3cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 반지름은?



- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$$\overline{PH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\text{cm})$$

9. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.
 $x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y 에서 중앙값이 20이므로 $y = 20$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $20 + 28 = 48$ 이다.

10. 세 수 a, b, c 의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$\therefore a+b+c = 18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

11. 영이의 4 회에 걸친 수학 성적이 90, 84, 88, 94 점이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90점이 되는지 구하여라.

▶ 답: 점

▶ 정답 : 94점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 라 하면

$$(\text{평균}) = \frac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90$$

$$\therefore x = 450 - 356 = 94$$

12. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

- ① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

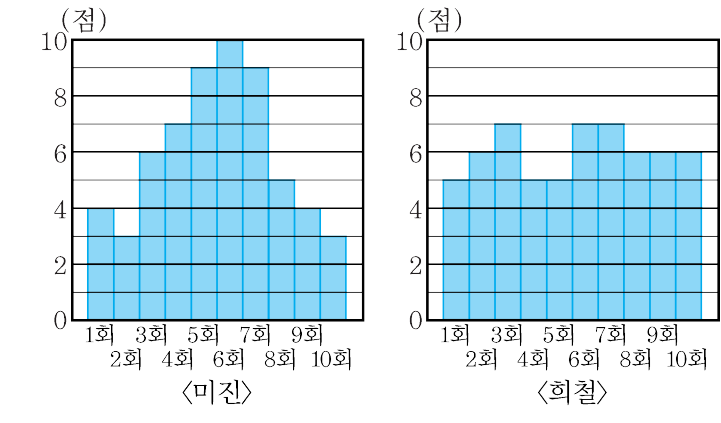
④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

13. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답 :

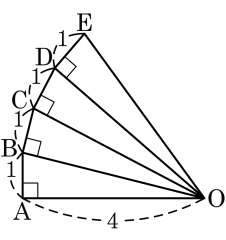
▷ 정답 : 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

14. 다음 그림에서 $\overline{OC}^2 : \overline{OE}^2$ 의 비율을 구하면?

- ① 6 : 7 ② 7 : 8 ③ 8 : 9
- ④ 9 : 10 ⑤ 10 : 11

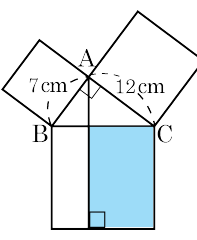


해설

$\overline{OC} = \sqrt{4^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{18}$ 이고,
 $\overline{OE} = \sqrt{4^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{20}$ 이다.
따라서 $\overline{OC}^2 : \overline{OE}^2 = 18 : 20 = 9 : 10$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 3개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이는?

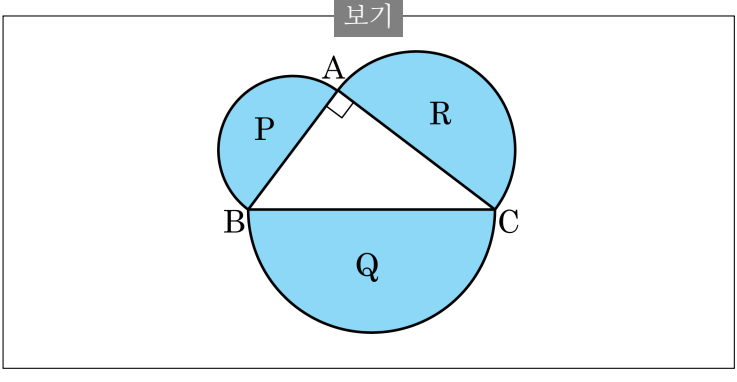
- ① 49 cm^2 ② 120 cm^2
 ③ 144 cm^2 ④ 150 cm^2
 ⑤ 84 cm^2



해설

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함한 정사각형의 넓이와 같으므로 $12^2 = 144\text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

16. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.



$P = \frac{9}{2}\pi\text{cm}^2, Q = \frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?

- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$R = Q - P$ 이다.

$R = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(\text{cm}^2)$ 이므로

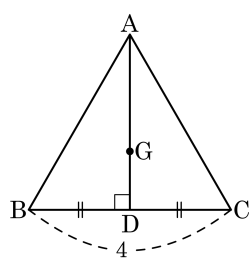
$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 8\pi \text{ 에서}$$

$\overline{AC}^2 = 64$ 이다.

따라서 $\overline{AC} = 8\text{cm}(\because \overline{AC} > 0)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 중선 AD를 긋고 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$



해설

$$\left(\frac{\text{높이}}{2}\right) = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AG} = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$$

18. 한 변의 길이가 10 cm 인 정육각형의 넓이는 $a\sqrt{b}\text{ cm}^2$ 이다. $\frac{a}{b}$ 를 구하시오. (단, b 는 최소자연수이다.)

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

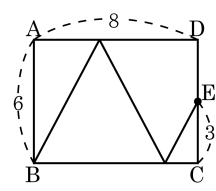
해설

정육각형은 6 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 \times$

$6 = 150\sqrt{3} (\text{cm}^2)$ 이다.

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{150}{3} = 50$$

19. 다음 직사각형 ABCD 에서 동점 P 가 점 B 를 출발하여 AD 위의 한 점과 BC 위의 한 점을 차례로 거쳐 점 E 에 도착하였다. 동점 P 가 움직인 거리의 최솟값을 구하여라.



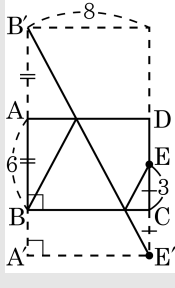
▶ 답 :

▷ 정답 : 17

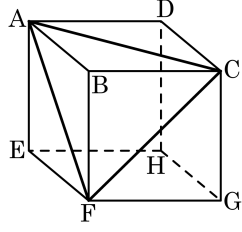
해설

최단거리는 $\overline{B'E'}$ 이다.

$$\therefore B'E' = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$$



20. 다음 그림과 같은 정육면체의 대각선의 길이가 $6\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle AFC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

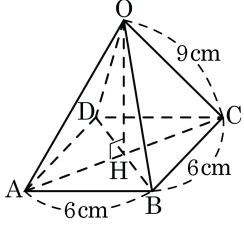
▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a = 6\sqrt{3} \therefore a = 6$
 정육면체의 한 모서리의 길이가 6 이므로
 $\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 6\sqrt{2}$
 $\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로 넓이는
 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}$

21. 다음과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하면?

- ① $2\sqrt{7}\text{ cm}, 15\sqrt{6}\text{ cm}^3$
- ② $2\sqrt{7}\text{ cm}, 20\sqrt{6}\text{ cm}^3$
- ③ $2\sqrt{7}\text{ cm}, 27\sqrt{7}\text{ cm}^3$
- ④ $3\sqrt{7}\text{ cm}, 30\sqrt{6}\text{ cm}^3$
- ⑤ $3\sqrt{7}\text{ cm}, 36\sqrt{7}\text{ cm}^3$



해설

정사각뿔의 높이를 h , 부피를 V 라 하면

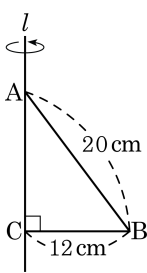
$$h = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{81 - 18} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}(\text{cm})$$

$$V = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 3\sqrt{7} = 36\sqrt{7}(\text{cm}^3)$$

22. 빗변의 길이가 20 cm, 밑변의 길이가 12 cm인 직각삼각형을 축 AC를 중심으로 회전시켰을 때 만들어지는 도형의 부피로 알맞은 것은?

- ① $760\pi(\text{cm}^3)$
- ② $762\pi(\text{cm}^3)$
- ③ $764\pi(\text{cm}^3)$
- ④ $766\pi(\text{cm}^3)$

⑤ $768\pi(\text{cm}^3)$



해설

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{20^2 - 12^2} \\ &= \sqrt{256} \\ &= 16(\text{cm}) \end{aligned}$$

$$(\text{부피}) = 12 \times 12 \times \pi \times 16 \times \frac{1}{3} = 768\pi(\text{cm}^3)$$

23. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① 20

② 23

③ 24

④ 26

⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 6$$

위 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

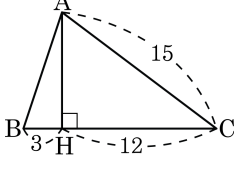
$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

24. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

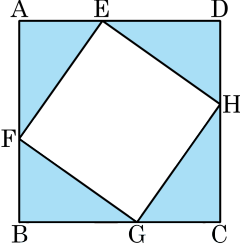
- ① $7\sqrt{2}$
- ② 13
- ③ $6\sqrt{2}$
- ④ $3\sqrt{10}$
- ⑤ 5



해설

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$
 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

25. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 $12(1 + \sqrt{3})$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$\overline{AE} = a$, $\overline{DE} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 $\triangle AEF$ 의 넓이는 $\frac{18\sqrt{3}}{4}$

$$= \frac{1}{2}ab$$

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 $12(1 + \sqrt{3})$ 이므로 $4(a + b) = 12(1 + \sqrt{3})$

따라서 $a + b = 3 + 3\sqrt{3}$, $ab = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 9 + 18\sqrt{3} + 27 - 18\sqrt{3} = 36$ 이다.

26. 두 변의 길이가 3, 5 인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : $\sqrt{34}$

해설

나머지 한 변의 길이를 a 라 하면

i) 5가 가장 긴 변인 경우

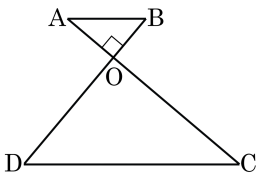
$$5^2 = a^2 + 3^2 \therefore a = 4$$

ii) a 가 가장 긴 변인 경우

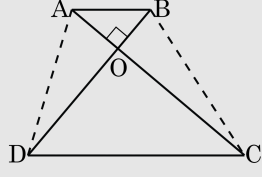
$$a^2 = 5^2 + 3^2 = 34 \therefore a = \sqrt{34}$$

27. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.

- ① 127 ② 130 ③ 137
 ④ 140 ⑤ 157

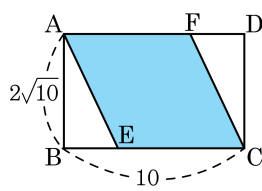


해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \dots ①$
 $\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \dots ②$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \dots ③$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \dots ④$
 ①과 ③을 변변 더하면
 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \dots ⑤$
 ②와 ④를 변변 더하면
 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \dots ⑥$
 ⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

28. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $14\sqrt{10}$

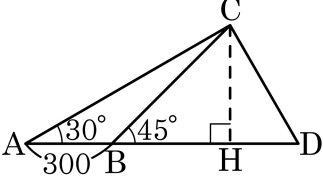
해설

$\overline{CE} = x$ 라 하면

$$x^2 = (2\sqrt{10})^2 + (10 - x)^2 \quad \therefore x = 7$$

$$\therefore \square AECF = 7 \times 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10}$$

29. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 45^\circ$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

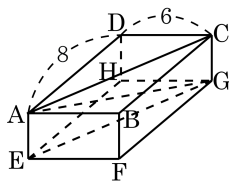


- ① $300(1 + \sqrt{2})$
- ② $300(1 - \sqrt{2})$
- ③ $150(\sqrt{3} + 1)$
- ④ $150(\sqrt{3} - 1)$
- ⑤ $150(\sqrt{2} + 1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$
 $\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$
 $x : (300 + x) = 1 : \sqrt{3}$
 $300 + x = \sqrt{3}x$
 $(\sqrt{3} - 1)x = 300$
 $x = 150(\sqrt{3} + 1)$

30. 직육면체 $ABCD - EFGH$ 의 대각선 AG 의 길이가 $\sqrt{109}$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\square AEGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

직육면체의 높이 $\overline{CG} = x$ 라 하면

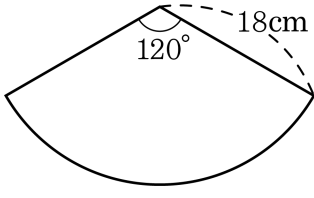
$$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 8^2 + x^2} = \sqrt{109}$$

$$x^2 = 9 \quad \therefore x = 3$$

$$\overline{AC} = \overline{EG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$\therefore \square AEGC$ 의 넓이는 $3 \times 10 = 30$ 이다.

31. 다음 그림은 어떤 원뿔의 옆면의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.

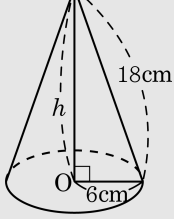


▶ 답 : cm³

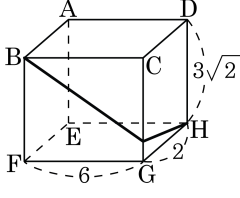
▷ 정답 : 144√2πcm³

해설

부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi$ (cm)
밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi \therefore r = 6$ (cm)
원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$ (cm)
따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi$ (cm³) 이다.



32. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 $2, 3\sqrt{2}, 6$ 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{CG}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{82}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(최단거리)} &= \overline{BH} = \sqrt{\overline{BF}^2 + (\overline{FG} + \overline{GH})^2} \\ &= \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{82} \end{aligned}$$

33. 세 수 a, b, c 의 평균이 4 이고 분산이 5 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 4 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 4$$

$$\therefore a+b+c = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 5 이므로

$$\frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} = 5$$

$$(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 = 15$$

$$a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + c^2 - 8c + 16 = 15$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8(a+b+c) + 48 = 15$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

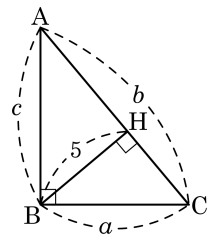
$$a^2 + b^2 + c^2 - 8 \times 12 + 48 = 15$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 63$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{63}{3} = 21 \text{ 이다.}$$

34. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?

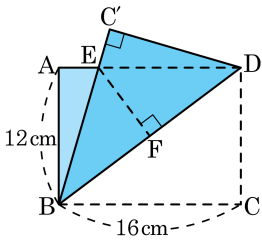


- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
 $b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
 $2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
 또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
 $5b = ac \cdots (2)$
 (1)에 (2)를 대입하면
 $30b = 100$ 에서
 $b = \frac{100}{30}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$

35. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16cm, 12cm 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 C 가 C' 에 오도록 접었을 때, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC'}$ 의 교점 E 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선 EF 의 길이를 구하여라.



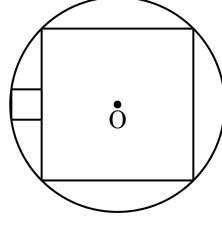
▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\triangle DBC$ 에서
 $\overline{BD} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20(\text{cm})$, $\overline{BF} = 10(\text{cm})$
 $\triangle EBF \sim \triangle DBC$ ($\because$ AA 닮음), $\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{DC}$ 이므로
 $10 : 16 = \overline{EF} : 12$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm})$

36. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어 있으면서 원 O에 내접하고 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이가 10 일 때, 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AC} = 10\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 5\sqrt{2}$$

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

$\triangle POH$ 에서

$$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \ (x > 0)$$

따라서 작은 정사각형의 넓이는 4이다.

