

1. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$

② $2^{10n} \leq 1000^n$

③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$

⑤ $2^{10n} = 1000^n$

2. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2$$

$$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2$$

$$= 2(\text{㉠}) \geq 0$$

$$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2$$

그런데 $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 이므로

$|a| + |b| \geq |a + b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

- ① $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$
- ② $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$
- ③ $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$
- ④ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$
- ⑤ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

3. 다음은 $|a| < 1$, $|b| < 1$, $|c| < 1$ 일 때 부등식 $abc + 2 > a + b + c$ 가 성립함을 증명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned}
 abc + 2 &> a + b + c \\
 &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\
 &= (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠})
 \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - a < (\text{㉢})$

같은 방법으로 $(\text{㉡}) < 1 - b < (\text{㉢})$,

$$(\text{㉡}) < 1 - c < (\text{㉢})$$

또한 $|ab| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - ab < (\text{㉢})$

따라서 $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) > (\text{㉡})$

이므로 $abc + 2 > a + b + c$

① $(1 + a)(1 + b), 0, 2$

② $(1 - a)(1 + b), 0, 2$

③ $(1 + a)(1 + b), -1, 1$

④ $(1 - a)(1 - b), 0, 2$

⑤ $(1 - a)(1 - b), -1, 1$

4. 다음 부등식 중 성립하지 않는 것은? (단, 모든 문자는 실수)

① $|a| + |b| \geq |a + b|$

② $a \geq b > 0$ 일 때 $\frac{b}{2+a} \geq \frac{a}{2+b}$

③ $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ ($a > 0, b > 0, c > 0$)

④ $\sqrt{3} + \sqrt{13} > \sqrt{2} + \sqrt{14}$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

5. 다음은 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈 칸 (가), (나), (다)에 들어갈 식 또는 기호가 순서대로 바르게 나열된 것을 고르면?

$$a > 0, b > 0 \text{ 일 때, } \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

(증명)

$$\boxed{\text{가}} - \boxed{\text{나}}$$

$$= (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a + b) = 2\sqrt{ab} > 0$$

$$\therefore (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

그런데, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ $\boxed{\text{다}}$ 0,

$$\sqrt{a+b} \boxed{\text{다}} 0 \text{ 이므로 } \therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

- ① $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, <$
 ② $\sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{a+b}, >$
 ③ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, <$
 ④ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, (\sqrt{a+b})^2, >$
 ⑤ $(\sqrt{a+b})^2, (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2, >$

6. $a > 0$ 일 때, $x = \sqrt{a^2 + 1}$ 과 $y = a + \frac{1}{2a}$ 의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

① $x \leq y$

② $x < y$

③ $x \geq y$

④ $x > y$

⑤ $x = y$

7. 부등식 $n^{20} < 3^{30}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

8. 다음 부등식 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{\Gamma} \quad 3^{40} > 2^{60}$$

$$\textcircled{\text{L}} \quad 3^{200} > 6^{150}$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad 5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{\Gamma}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{C}}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{C}}$$

9. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $|x| + |y| \geq |x + y|$

㉡ $|x + y| \geq |x - y|$

㉢ $|x - y| \geq |x| - |y|$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

10. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $a^2 = b$

11. 부등식 $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수 a 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

12. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

$$1, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \sqrt{b} - \sqrt{a}, \quad \sqrt{b - a}$$

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b - a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b - a} < 1$

⑤ $\sqrt{b - a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

13. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x + 1 > 0$

㉡ $x^2 + xy + y^2 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $|x + y| \geq |x - y|$

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

14. 어느 학생이 x, y, z 의 평균 A 를 구하기 위하여 x, y 의 평균 C 를 먼저 구하고, C 와 z 의 평균 B 를 구하였다. 다음 중 옳은 것은?
(단, $x < y < z$)

① $B = A$

② $B < A$

③ $B > A$

④ $B \leq A$

⑤ $B \geq A$

15. 다음 중 거짓인 명제는? (단 x, y, z, a, b 는 실수이다.)

① 둘레의 길이가 일정한 직사각형 중에서 넓이가 최대인 것은 정사각형이다.

② $xy + yz + zx = 1$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$

③ a, b, c 가 양수일 때, $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$

④ $a \geq b \geq 0$ 이면 $\sqrt{a} - \sqrt{b} \leq \sqrt{a-b}$

⑤ $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$