

1. 다음 자료의 중앙값, 최빈값을 구하여라.

8	9	5	8	9	8	10
---	---	---	---	---	---	----

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 8

▷ 정답 : 최빈값 : 8

해설

주어진 자료를 크기 순으로 나열하면
5, 8, 8, 8, 9, 9, 10 이므로 중앙값은 8이고, 최빈값은 8이다.

2. 다음 보기 자료들 중에서 표준 편차가 가장 큰 자료와 가장 작은 자료를 차례대로 나열하여라.

보기

- ㉠ 2, 3, 2, 3, 2, 3, 2, 3, 2, 3
- ㉡ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3
- ㉢ 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3
- ㉣ 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8
- ㉤ 2, 2, 2, 2, 5, 5, 5, 5, 5, 5

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉢

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ㉤, 가장 작은 것은 ㉢이다.

3. 삼각형의 세 변의 길이가 다음 보기와 같을 때, 직각삼각형을 모두 골라라.

보기

- | | |
|-----------------------------|--------------------|
| ㉠ 1 cm, 2 cm, $\sqrt{5}$ cm | ㉡ 6 cm, 7 cm, 8 cm |
| ㉢ 1 cm, 3 cm, 4 cm | ㉣ 3 cm, 4 cm, 5 cm |
| ㉤ 8 cm, 14 cm, 17 cm | ㉥ 1 cm, 2 cm, 3 cm |

▶ 답 :

▶ 답 :

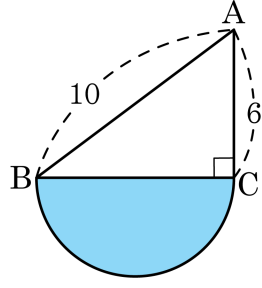
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $1 + 4 = 5$
㉢ $9 + 16 = 25$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. 나머지 한 변의 길이를
지름으로 하는 반원의 넓이는?



- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

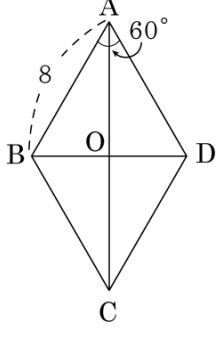
해설

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$$

따라서 반지름이 4 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi$$

5. 다음 한 변의 길이가 8인 마름모 ABCD 의 대각선 AC 와 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{AC} = 8\sqrt{3}$

▷ 정답 : $\overline{BD} = 8$

해설

마름모는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분 하므로
 $\triangle ABO$ 에서 $\overline{AB} : \overline{BO} : \overline{AO} = 2 : 1 : \sqrt{3} = 8 : \overline{BO} : \overline{AO}$
 따라서 $\overline{BO} = 4$, $\overline{AO} = 4\sqrt{3}$ 이고, $\overline{AC} = 8\sqrt{3}$, $\overline{BD} = 8$ 이다.

6. 두 점 A(-4, 2), B(x, 4) 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = -8$

해설

A(-4, 2), B(x, 4) 에서
 $\overline{AB} = \sqrt{(x+4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{(x+4)^2 + 4} = 2\sqrt{5}$
 $(x+4)^2 + 4 = 20, (x+4)^2 = 16$
 $x+4 = \pm 4$
따라서 $x = 0$ 또는 $x = -8$ 이다.

7. 다섯 개의 자료 75, 70, 65, 60, x 의 평균이 70 일 때, x 의 값은?

① 70

② 75

③ 80

④ 85

⑤ 90

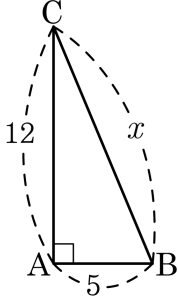
해설

평균이 70이므로 $\frac{75 + 70 + 65 + 60 + x}{5} = 70$

$$270 + x = 350$$

$$\therefore x = 80$$

8. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{\hspace{1cm}}^2$

$x^2 = 5^2 + 12^2 = \overline{\hspace{1cm}}$

$x > 0$ 이므로, $x = \overline{\hspace{1cm}}$

- ① $\overline{AB}$, 144 , -13

② $\overline{AB}$, 144 , 13

③ $\overline{BC}$, 169 , -13

④ $\overline{BC}$, 169 , 13

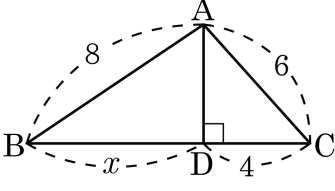
⑤ $\overline{BC}$, 196 , -13

해설

$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$

$x > 0$ 이므로, $x = 13$

9. 다음 그림에서 x 의 값은?



- ① 4 ② 8 ③ $2\sqrt{11}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

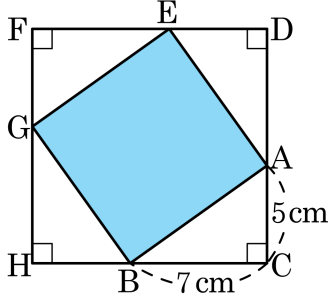
해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$

$\triangle ABD$ 에서

$x = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{64 - 20} = 2\sqrt{11}$

10. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



- ① 71 cm²
- ② 72 cm²
- ③ 73 cm²
- ④ 74 cm²
- ⑤ 75 cm²

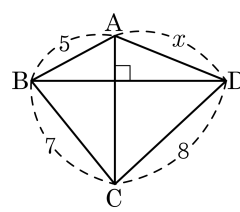
해설

$$\overline{AB} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

$$\square \text{BAEG} = (\sqrt{74})^2 = 74 \text{ (cm}^2\text{)}$$

11. 다음 사각형에서 x 의 값을 구하면?

- ① 6 ② $\sqrt{37}$ ③ $\sqrt{39}$
 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ 7

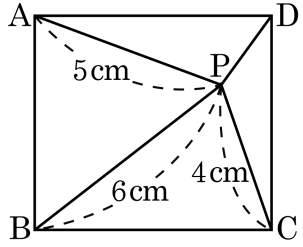


해설

$$5^2 + 8^2 = x^2 + 7^2$$

$$\therefore x = 2\sqrt{10}$$

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{AP} = 5\text{ cm}$, $\overline{BP} = 6\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?

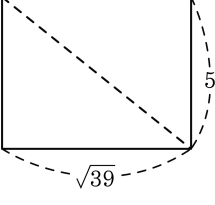


- ① $3\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $\sqrt{5}\text{ cm}$ ③ $5\sqrt{2}\text{ cm}$
 ④ $3\sqrt{3}\text{ cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{PD}^2 + 6^2 = 5^2 + 4^2, \overline{PD} = \sqrt{5}\text{ cm}$$

13. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이는?



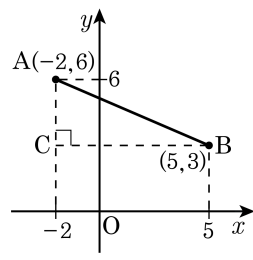
- ① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{7}$ ③ 8 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 9

해설

피타고라스 정리에 따라
 $\sqrt{5^2 + \sqrt{39}^2} = 8$ 이다.

14. 아래 그림을 보고 옳지 못한 것을 찾으시오.

- ① 점 C의 좌표는 $(-2, 3)$ 이다.
- ② 선분 AC의 길이는 $6 - 3 = 3$ 이다.
- ③ 선분 CB의 길이는 $5 - (-2) = 7$ 이다.
- ④ 선분 AO의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 선분 AB의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.



해설

선분 AO의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

15. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.
 $x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30이므로 $y = 30$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $30 + 38 = 68$ 이다.

16. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.
 $x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y 에서 중앙값이 20이므로 $y = 20$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은 $20 + 28 = 48$ 이다.

17. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

- ① 1 시간
- ② 2 시간
- ③ 3 시간
- ④ 4 시간
- ⑤ 5 시간

해설

(평균) = $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로

$$\frac{2 + 1 + 0 + 3 + 2 + 1 + 5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간}) \text{이다.}$$

18. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답 :

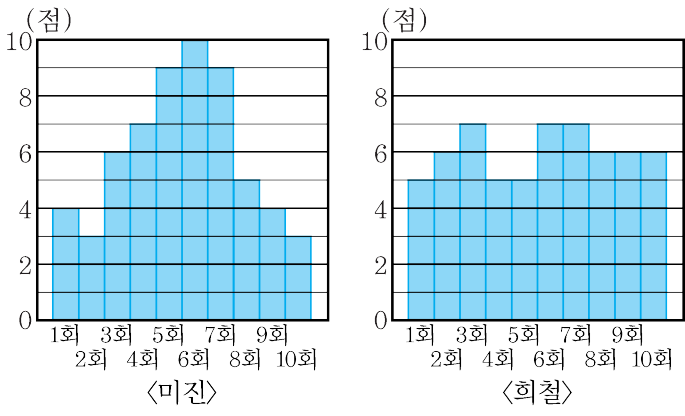
▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로
 $-5 + 0 + 10 + x + 5 = 0$
 $\therefore x = -10$
$$\frac{(-5)^2 + 10^2 + (-10)^2 + (-5)^2}{5}$$
$$= \frac{25 + 100 + 100 + 25}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ 이다.

19. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



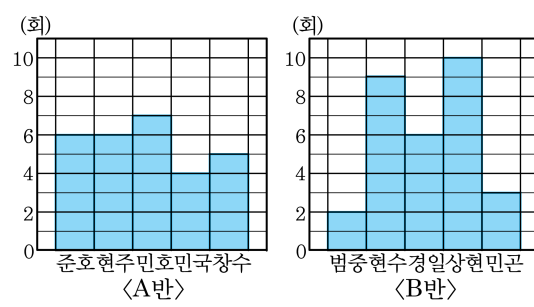
▶ 답 :

▷ 정답 : 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

20. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답: 반

▷ 정답 : A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

21. 10개의 변량 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \dots, -3x_{10} + 1$

▶ 답 :

▶ 답 :

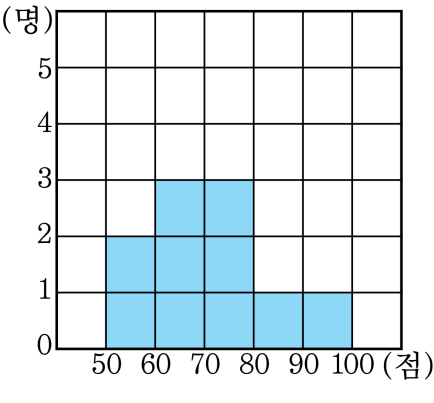
▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= -3 \cdot 6 + 1 = -17, \\ (\text{분산}) &= (-3)^2 \cdot 5 = 45\end{aligned}$$

22. 다음 히스토그램은 학생 10 명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



- ① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

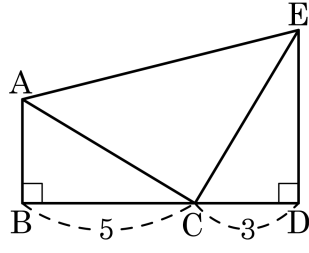
해설

평균: $\frac{55 \times 2 + 65 \times 3 + 75 \times 3 + 85 \times 1}{10} + \frac{95 \times 1}{10} = 71$

편차: -16, -6, 4, 14, 24

분산: $\frac{(-16)^2 \times 2 + (-6)^2 \times 3 + 4^2 \times 3}{10} + \frac{14^2 \times 1 + 24^2 \times 1}{10} = \frac{1440}{10} = 144$

23. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{BC} = 5$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, AE 의 길이는?

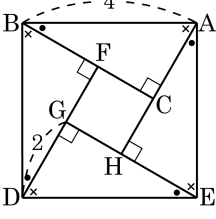


- ① $\sqrt{17}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ 8 ⑤ $2\sqrt{17}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
 $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
 $\overline{AC} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$
 따라서 $\overline{AE}^2 = (\sqrt{34})^2 + (\sqrt{34})^2 = 68$, $\overline{AE} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ 이다.

24. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABDE$ 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



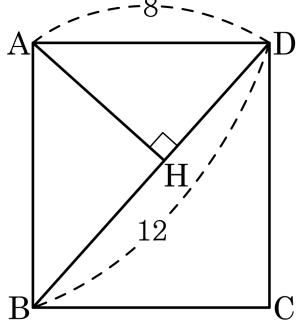
- ① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\text{ cm}$
- ② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- ③ $\overline{EH} = 2\text{ cm}$
- ④ $\overline{CF} = 2\text{ cm}$
- ⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\text{ cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$ (RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\text{ cm})$

25. 다음 그림에서 □ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이다. $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

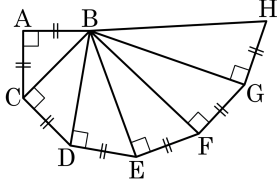


- ① $16\sqrt{5}$
 ② $8\sqrt{5}$
 ③ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
- ④ $\frac{16\sqrt{5}}{3}$
 ⑤ $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABD \text{ 에서 } \overline{AB} &= \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5} \\ \triangle ABD &= \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AD} \text{ 이므로 } \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = \\ &\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 8 \\ \therefore \overline{AH} &= \frac{8\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

26. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

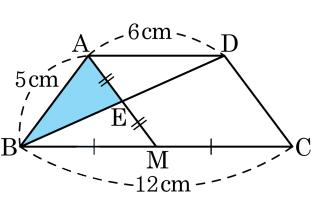


- ① $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\text{ cm}$
- ② $\sqrt{2}(2 + \sqrt{2})\text{ cm}$
- ③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1)\text{ cm}$
- ④ $2(\sqrt{3} + 1)\text{ cm}$
- ⑤ $\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})\text{ cm}$

해설

$\overline{GH} = a$ 라고 하면
 $\overline{BG} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{6}$ 일 때,
 $\triangle BGH$ 의 넓이를 구하면
 $\frac{1}{2} \times a\sqrt{6} \times a = 3\sqrt{6}, a^2 = 6, a = \sqrt{6}$ 이다.
 $\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레는 $\sqrt{6} + \sqrt{6} + 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

27. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle AEB$ 의 넓이를 구하여라.

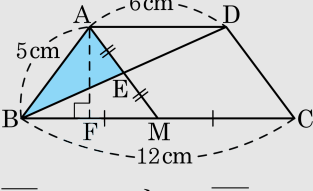


▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : 6 cm^2

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.



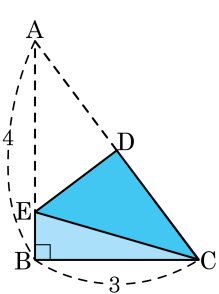
$\overline{BF} = 3 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 4 \text{ cm}$

따라서 $\triangle ABM$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 (\text{cm}^2)$ 이다.

이 때, $\triangle AEB$ 의 넓이는 $\triangle ABM$ 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle AEB$ 의 넓이는 6cm^2 이다. ($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

28. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 AC를 두 점 A와 C가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?

- ① $\frac{13}{2}$
 ② $\frac{15}{2}$
 ③ $\frac{17}{2}$
- ④ $\frac{19}{2}$
 ⑤ $\frac{21}{2}$



해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로
 $\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
 $\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
 $\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로
 $(4 - x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
 $\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로
 $\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
 따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

29. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi \text{ cm}^2$

② $8\pi \text{ cm}^2$

③ $12\pi \text{ cm}^2$

④ $16\pi \text{ cm}^2$

⑤ $24\pi \text{ cm}^2$

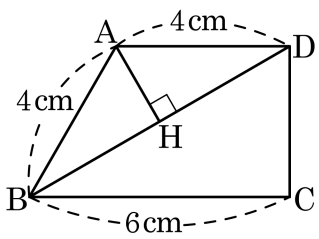
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이다.}$$

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$

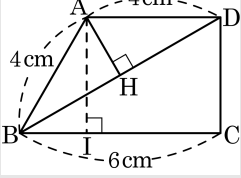
30. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?



- ① $\sqrt{2}\text{cm}$ ② $\sqrt{3}\text{cm}$ ③ 2cm
 ④ $\sqrt{5}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{6}\text{cm}$

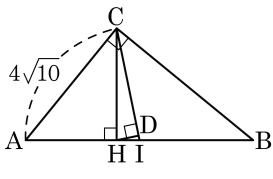
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$$\begin{aligned} \overline{BI} &= 2\text{cm}, \quad \overline{AI} = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \\ \therefore \overline{DC} &= 2\sqrt{3}(\text{cm}) \\ \overline{BD} &= \sqrt{6^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \\ \overline{AB} &= \overline{AD} \text{ 이므로 } \overline{BH} = \overline{HD} = 2\sqrt{3}\text{cm} \\ \therefore \overline{AH} &= \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2(\text{cm}) \end{aligned}$$

31. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{CI} = 10\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 I 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 H 에서 $\overline{CI}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{4\sqrt{6}}{5}\text{cm}$

해설

점 I 가 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{AI} = \overline{BI} = 10\text{cm}$ 이다.

$\overline{AH} = x$ 라고 하고, 닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AH} : \overline{AC}$ 에서

$$20x = (4\sqrt{10})^2 = 160 \text{ 이므로 } x = 8 \text{ 이다.}$$

$\triangle CAH$ 에 피타고라스 정리를 적용하면

$$\overline{CH} = \sqrt{160 - 64} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$\overline{HI} = 2(\text{cm})$ 이고 $\triangle CHI$ 의 넓이는 일정함을 적용하면 $10 \times \overline{DH} =$

$$2 \times (4\sqrt{6}) = 8\sqrt{6}$$

따라서 $\overline{DH} = \frac{4\sqrt{6}}{5}(\text{cm})$ 이다.

32. 정삼각형 ABC 의 내접원을 O_1 , O_1 에 외접하면서 두 변 AB, AC 에 접하는 원을 O_2 , O_2 에 외접하면서 두 변 AB, AC 에 접하는 원을 $O_3, \dots, O_{n-1}$ 에 외접하면서 두 변 AB, AC 에 접하는 원을 O_n 이라 하고, 원 O_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\frac{S_1}{S_2} + \frac{S_2}{S_3} + \frac{S_3}{S_4} + \dots + \frac{S_{99}}{S_{100}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 891

해설

$\triangle AO_1H$ 에서 $\angle AO_1H = 180^\circ - \angle O_1HA - \angle O_1AH = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

따라서, O_2 에서 $\overline{O_1H}$ 에 내린 수선의 발을 P 라고 하면

$\triangle O_1PO_2$ 에서 $\overline{O_1O_2} : \overline{O_1P} = 2 : 1$, $(r_1 + r_2) : (r_1 - r_2) = 2 : 1$

$\therefore r_2 = \frac{1}{3}r_1$

같은 방법으로 하면

$r_2 = \frac{1}{3}r_1, r_3 = \frac{1}{3}r_2, r_4 = \frac{1}{3}r_3, \dots$

$\therefore \frac{S_1}{S_2} + \frac{S_2}{S_3} + \frac{S_3}{S_4} + \dots + \frac{S_{99}}{S_{100}} = \frac{(r_1)^2}{(\frac{1}{3}r_1)^2}$

$+ \frac{(r_2)^2}{(\frac{1}{3}r_2)^2} + \dots + \frac{(r_{99})^2}{(\frac{1}{3}r_{99})^2} = 9 \times 99 = 891$

33. 좌표평면 위의 점 $A(0, 3)$, $P(x, 0)$, $Q(x, -1)$, $B(4, -2)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2} + 1$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 B' 라 하면 $B'(4, -1)$

점 A 와 B' 을 이은 선분이 x 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 가 최소가 된다.

이때, $\overline{AB'} = \overline{AP} + \overline{QB}$ 이므로 구하는 최솟값은

$\overline{AB'} + \overline{PQ} = \sqrt{(4-0)^2 + (-1-3)^2} + 1 = 4\sqrt{2} + 1$ 이다.