1. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7 점 일 때, 영진이의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

① 5 점, $\sqrt{0.8}$kg　② 6 점, $\sqrt{0.9}$kg　③ 6 점, 1kg
④ 7 점, $\sqrt{0.9}$kg　⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7-0=7$(점)
또한, 편차의 합은 0 이므로
$-1+1.5+x+0.5+0=0,\quad x+1=0 \quad \therefore x=-1$
따라서 분산이
$$\frac{(-1)^2+1.5^2+(-1)^2+0.5^2+0^2}{5}=\frac{4.5}{5}=0.9$$
이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}$kg 이다.

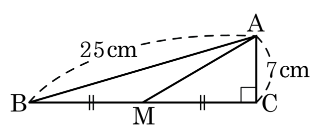
2. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \cdots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?

① 평균 : 3, 표준편차 : 8
② 평균 : 3, 표준편차 : 15
③ 평균 : 3, 표준편차 : 20
④ 평균 : 5, 표준편차 : 8
⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \cdots, ax_n + b$에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$이다.

3. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AB} = 25\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\,\text{cm}$ 이다. 이때, $\overline{AM}$ 의 길이는?



① $\sqrt{190}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{191}\,\text{cm}$ ③ $\sqrt{193}\,\text{cm}$

④ $\sqrt{194}\,\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{199}\,\text{cm}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 25^2 - 7^2 = 576$

$\therefore \overline{BC} = 24$

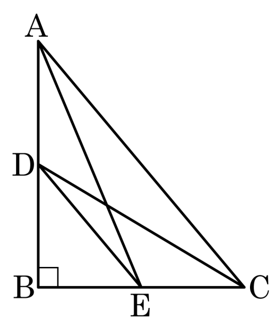
$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ $\therefore \overline{MC} = 12(\text{cm})$

$\triangle AMC$ 에서

$\overline{AM}^2 = 7^2 + 12^2 = 193$

$\therefore \overline{AM} = \sqrt{193}(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2$ 의 값은?

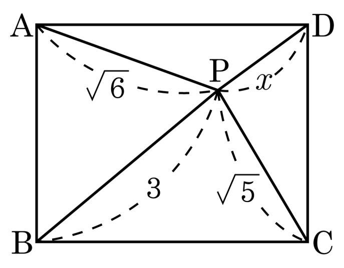


① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{23}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{29}$

해설

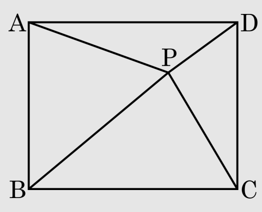
$\overline{AE}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AC}^2 = 3\sqrt{3}$

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \sqrt{6}$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = \sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

$\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 = 3^2 + x^2 \quad \therefore x = \sqrt{2}$

6. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ ④ $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

(넓이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 = 36$

$\therefore\ a = 6$

(높이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

7. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

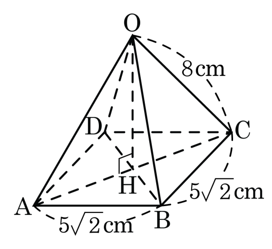
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $384\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

한 모서리의 길이를 $a$cm라고 하면,
$\sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$이므로 $a = 8$
$\therefore$ (정육면체의 겉넓이) $= 64 \times 6 = 384(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$cm 인 정사각형이고 옆면의 모서리는 8cm 인 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 높이와 부피를 각각 바르게 구한 것은?



① $\sqrt{39}$cm, $\dfrac{5\sqrt{39}}{3}$cm^3
② $3\sqrt{13}$cm, $50\sqrt{39}$cm^3
③ $\sqrt{39}$cm, $\dfrac{50\sqrt{39}}{3}$cm^3
④ $\sqrt{39}$cm, $50\sqrt{39}$cm^3
⑤ $3\sqrt{13}$cm, $\dfrac{50\sqrt{39}}{3}$cm^3

해설

밑면이 정사각형이므로 밑면의 대각선의 길이는 10cm 가 된다.

$\overline{CH}$ 는 대각선길이의 반이므로

$\overline{OH} = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}$(cm)

$V = \dfrac{1}{3} \times \left(5\sqrt{2}\right)^2 \times \sqrt{39} \times = \dfrac{50\sqrt{39}}{3}$(cm^3)

9. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은
$8.5 \times 4 = 34$(점)
5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$\frac{34 + x}{5} = 7.5, \quad 34 + x = 37.5 \quad \therefore x = 3.5$(점)

10. 5 개의 변량 $4, 5, x, 11, y$ 의 평균이 6 이고 분산이 8 일 때, x^2+y^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5 개의 변량의 평균이 6 이므로 $x+y=10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2+(5-6)^2+(x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2+(y-6)^2}{5} = 8$$

$4+1+(x-6)^2+25+(y-6)^2=40$

$x^2+y^2-12(x+y)+72+30=40$

$x^2+y^2-12(10)+72+30=40$

$\therefore x^2+y^2=58$

11. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

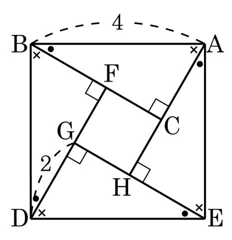
A. 1 부터 50 까지의 자연수
B. 51 부터 100 까지의 자연수
C. 1 부터 100 까지의 홀수

① C>A=B ② A>B=C ③ C>A>B
④ B>C>A ⑤ A=B=C

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

12. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $\overline{EH} = 2\,\text{cm}$

④ $\overline{CF} = 2\,\text{cm}$

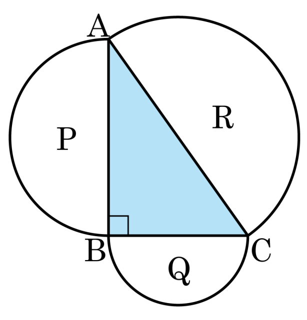
⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$(RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P , Q , R 이라 하자. $P = 16\pi cm^2$, $R = 24\pi cm^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



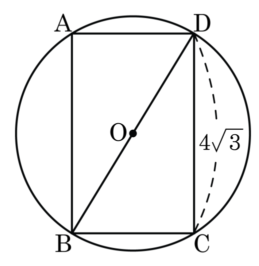
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $32\sqrt{2}$ $\underline{cm^2}$

해설

$R = P + Q$ 이므로 $Q = 24\pi - 16\pi = 8\pi(cm^2)$ 이다.
따라서 P 와 Q 의 반지름을 각각 a, b 라고 할 때, $a^2 = 32, b^2 = 16$ 이므로 $2a = 8\sqrt{2}, 2b = 8$ 이 성립한다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \left(8\sqrt{2}\right) \times 8 = 32\sqrt{2}\ (cm^2)$

14. 넓이가 18π 인 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$ 이고, $\overline{AD}$ 의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, b는 최소의 자연수)



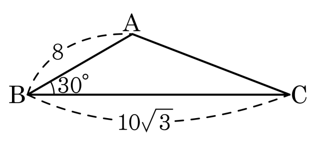
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

원의 넓이가 18π 이므로
반지름의 길이는 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 이고
지름의 길이= 직사각형의 대각선의 길이$=6\sqrt{2}$ 이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AD}^2+(4\sqrt{3})^2=(6\sqrt{2})^2$ 이므로
$\overline{AD}^2=24$, $\overline{AD}>0$ 이므로
$\overline{AD}=2\sqrt{6}$ 이다.
따라서 $a=2,\ b=6$ 이므로 $a+b=8$ 이다.

15. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 10\sqrt{3}$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{3}$　② 8　③ $6\sqrt{3}$　④ $2\sqrt{31}$　⑤ $4\sqrt{31}$

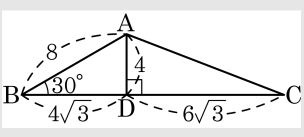
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D 라 하면　$1 : 2 = \overline{AD} : 8$, $\overline{AD} = 4$

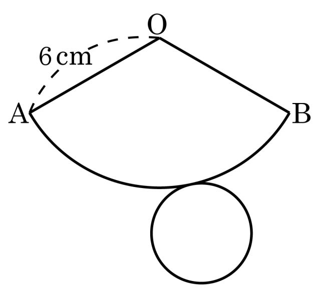
$\sqrt{3} : 1 = \overline{BD} : 4$, $\overline{BD} = 4\sqrt{3}$

$\overline{CD} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{4^2 + (6\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{31}$

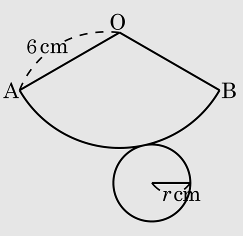


16. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 4πcm , $\overline{\mathrm{OA}} = 6$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?

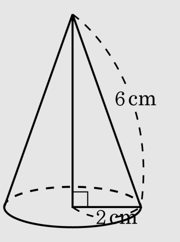


① $3\sqrt{2}$cm ② $4\sqrt{2}$cm ③ $4\sqrt{3}$cm
④ $5\sqrt{2}$cm ⑤ $7\sqrt{3}$cm

해설

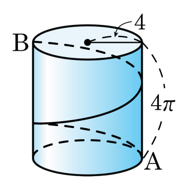


호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2$(cm) 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$(cm) 이다.

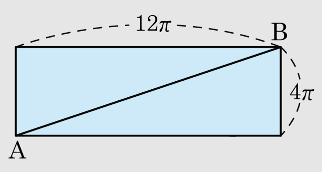
17. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?



① $8\sqrt{2}\pi$　② 6π　③ 10π
④ 8π　⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

실의 길이의 최솟값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.
$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$

18. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

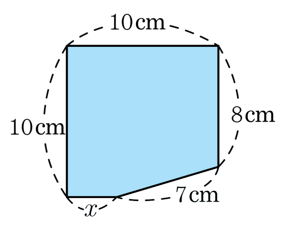
▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로
중앙값은 $\frac{64+78}{2} = 71$, 최빈값은 78이다.

19. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



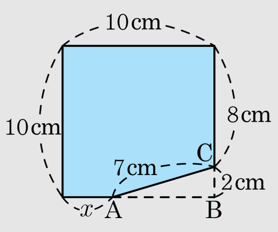
① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm

④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

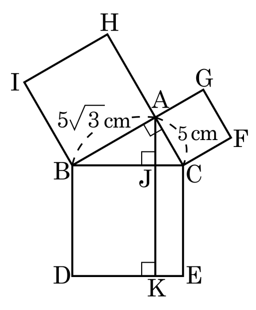
해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$

따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



20. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?

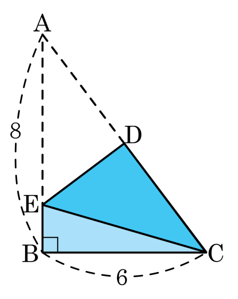


① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm
④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로
$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.
따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 $\overline{DE}$ 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$(8 - x)^2 = x^2 + 6^2, x = \dfrac{7}{4}$ 이고,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2,\ \overline{AC} = 10$ 이다.

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

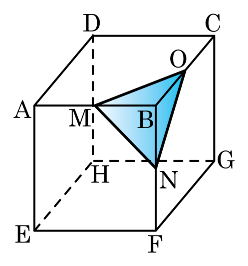
$\overline{DE}^2 = \left(\dfrac{25}{4}\right)^2 - 5^2,\ \overline{DE} = \dfrac{15}{4}$ 이다.

$\triangle EDC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 5 \times \dfrac{15}{4} = \dfrac{75}{8}$ 이고,

$\triangle EBC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{7}{4} \times 6 = \dfrac{21}{4}$ 이다.

따라서 합은 $\dfrac{75}{8} + \dfrac{21}{4} = \dfrac{117}{8}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 16 인 정육면체에서 점 M, N , O 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle$MNO 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때 $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



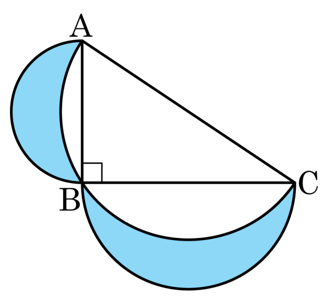
▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 96$

해설

점 M, N , O 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로
$\overline{MB} = \overline{BN} = \overline{BO} = 8$
따라서 $\overline{MN} = \overline{MO} = \overline{NO} = 8\sqrt{2}$
$\triangle$MNO 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3}$ 이다.
$\therefore\ a \times b = 96$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸더니 색칠한 부분의 넓이가 24 였다. 이때 변 AC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{26}$

해설

$\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 3a$ 라 하면
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면
(색칠한 부분의 넓이)
$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$
$= \triangle ABC$ ($\because$ $S_1 + S_2 = S_3$)
$= \frac{1}{2} \times 2a \times 3a = 3a^2$
즉, $3a^2 = 24$ 이므로 $a = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{(2a)^2 + (3a)^2} = \sqrt{13}a = 2\sqrt{26}$ 이다.

24. $\overline{AB} = \sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2$ 인 직사각형 ABCD 의 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{BH}^2 + \overline{DH}^2$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$

$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DC} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DH}$ 이므로

$\therefore\ \overline{DH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\triangle CHD$ 에서

$\overline{CH} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

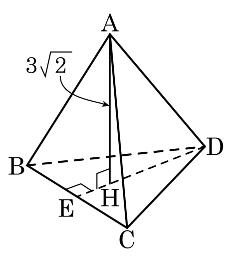
$\therefore\ \overline{AH} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

따라서, $\overline{AH^2} + \overline{CH^2} = \overline{BH^2} + \overline{DH^2}$ 이므로

$\therefore\ \overline{BH} = \sqrt{2}$

따라서 $\overline{BH^2} + \overline{DH^2} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{AH}} = 3\sqrt{2}$ 일 때, 이 정사면체의 모서리의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle\mathrm{BCD}$ 의 무게중심이므로

$$\overline{\mathrm{DH}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \left(\because\ \overline{\mathrm{DE}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$$

$\triangle\mathrm{ADH}$ 에서 $\overline{\mathrm{AH}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 - \overline{\mathrm{DH}}^2$ 이므로

$$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2$$

$$18 = \frac{2}{3}x^2,\ x^2 = 27$$

$$\therefore\ x = 3\sqrt{3}\ (\because\ x > 0)$$