1. 집합 $A = \{a, b, \{b, c\}, \varnothing\}$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\{b, c\} \subset A$　② $\varnothing \subset A$　③ $\{a, b\} \in A$

④ $c \in A$　⑤ $\{a\} \in A$

해설

① $\{b, c\} \in A$
③ $\{a, b\} \subset A$
④ $c \notin A$
⑤ $\{a\} \subset A$

2. 다음 중 집합 A, B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은?

① $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 24의 약수$\}$

② $A = \{x \mid x$는 45의 약수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 100의 약수$\}$

③ $A = \{x \mid x$는 4의 배수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 15의 배수$\}$

④ $A = \{x \mid x$는 56의 약수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 7의 배수$\}$

⑤ $A = \{x \mid x$는 60의 약수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 30의 배수$\}$

해설

① $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$,
$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 24\} \Rightarrow A \subset B$

② $A = \{1,\ 3,\ 5,\ 9,\ 15,\ 45\}$,
$B = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20,\ 25,\ 50,\ 100\}$
$\Rightarrow A \cap B = \{1,\ 5\}$

③ $A = \{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ \cdots\}$,
$B = \{15,\ 30,\ 45,\ 60,\ \cdots\}$
$\Rightarrow A \cap B = \{60,\ 120,\ 180,\ \cdots\}$

④ $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 8,\ 14,\ 28,\ 56\}$,
$B = \{7,\ 14,\ 21,\ 28,\ \cdots\} \Rightarrow A \not\subset B$

⑤ $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 10,\ 12,\ 15,\ 20,\ 30,\ 60\}$
$B = \{30,\ 60,\ 90,\ \cdots\} \Rightarrow A \cap B = \{30,\ 60\}$

3. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$, $C = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여
$(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.
먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고 B와 합집합을 구하면
$(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11 이다.

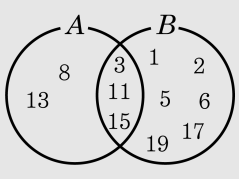
4. 집합 $A = \{3, 8, 11, 13, 15\}$이고 $A \cap B = \{3, 11, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 79

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 11, 15, 17, 19\}$

집합 B 의 모든 원소의 합은

$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 11 + 15 + 17 + 19 = 79$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{a-1,\ 6, 7\}$, $B = \{a,\ 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a - 1 = 4$

$\therefore a = 5$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B^C \subset A^C$　② $A - B = \varnothing$　③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = B$　⑤ $B - A = \varnothing$

해설

⑤ $A - B = \varnothing$ 이다.

7. $U = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 7\}, B = \{1, 2, 7, 8\}$ 에 대하여 $B - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$ ② $\{8\}$ ③ $\{1, 8\}$ ④ $\{4, 7\}$ ⑤ $\{4, 8\}$

해설

$B - (A \cap B) = B - A = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4, 7\} = \{1, 8\}$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X, X - A = \varnothing$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

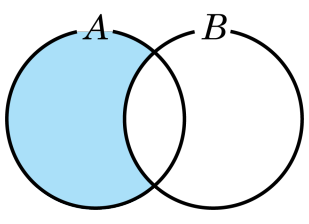
해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 2 개이다.

9. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.

보기

$n(A) = 25, n(B) = 27, n(A \cap B) = 12$



▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

색칠한 부분은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 25 - 12 = 13$ 이다.

10. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 『n^2이 홀수이면 n도 홀수이다.』임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

> 주어진 명제의 (가)를 구해보면 『n이 짝수이면 n^2도 짝수이다.』이 때, n이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k는 자연수)
> 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2도 짝수이다.

① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k+1$
④ 역, $2k+1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

'n^2이 홀수이면 n도 홀수이다.'의 대우는 'n이 짝수이면 n^2도 짝수이다.'
$\therefore$ (가)–대우 n이 짝수이면 $n = 2k$
$\therefore$ (나)– $2k$

11. <보기>의 집합의 포함 관계 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\varnothing \subset \varnothing$

㉡ $A \subset \varnothing$이면 $A = \varnothing$

㉢ $A \subset B$이고 $C \subset B$이면 $A = C$

㉣ $A \not\subset B$이고 $B \not\subset C$이면 $A \not\subset C$

㉤ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset D$이면 $A \subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ $\varnothing \subset \varnothing$ 는 옳다. (참)

㉡ $\varnothing \subset A$ 이므로 $A \subset \varnothing$ 이면 $A = \varnothing$ 이다. (참)

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A = C$ 인지 알아보면 그림1에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

㉣ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$이고 $B \not\subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 그림에서 그렇기 않음을 알 수 있다. (거짓)

㉤ 조건에서 $A \subset B, B \subset C$ 이므로 $A \subset C$ 이고 조건에서 $C \subset D$ 이므로 $A \subset D$ 이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$이므로

$2^{(3,\ 7\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4$(개)

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 와 $(A - B) \cup X = X$ 를 만족시키는 집합 X 의 개수는?

① 4 개　② 6 개　③ 8 개　④ 12 개　⑤ 16 개

해설

$A \cap X = X$ 에서 $X \subset A$, $(A - B) \cup X = X$ 에서 $A - B \subset X$
따라서 $\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$
그러므로 X 의 개수는 $2^2 = 4$(개)

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A \cup B = B$　② $A \cap B = A$　③ $(A \cap B)^c = B^c$

④ $B^c \subset A^c$　⑤ $A - B = \varnothing$

해설

③ $(A \cap B)^c = B^c$ 은 $A \cap B = A$ 이므로 $A^c \neq B^c$ 이다. 따라서 거짓이다.

15. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $A = \varnothing$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 1$ 이다.

해설

② 반례 : $A = \{1,\ 3\}$, $B = \{2,\ 4\}$

④ $A = \{x \mid x$는 10 이하의 짝수$\}$ 이면
$n(A) = 5$ 이다.

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 4\}) - n(\{2,\ 4,\ 6\}) = 0$ 이다.

16. 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $A \cap B = B$　　② $B \subset A$

③ $(A \cap B) \subset A$　　④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$A \cup B = A$ 일 때, $B \subset A$ 이다.
⑤ $A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$

17. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 5 이하의 자연수$\}$, $B = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$에 대하여
$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X의 개수를 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$
$A \cap B = \{1,\ 3,\ 5\}$
$A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$
$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는
$\{1, 3, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 3, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5, 7\}$, $\{1, 3, 4, 5, 7\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$의 8개이다.

18. 100 이하의 자연수 중에서 4 의 배수이거나 5 의 배수인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 40 개

해설

4 의 배수인 집합을 A 라 하고, 5 의 배수인 집합을 B 라 하자.
4 의 배수이면서 5 의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
4 의 배수이거나 5 의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.
$n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 5$ 이므로
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 25 + 20 - 5$
$x = 40$

19. 다음은 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A-B=\varnothing$일 때, 두 집합 A, B사이의 포함관계를 보이는 과정이다.

$A=A\cap U=A\cap(B\cup[\text{㉠}])$
$=(A\cap B)\cup(A\cap[\text{㉠}])=(A\cap B)\cup\varnothing$
$=(A\cap B)$
따라서 [㉡]

위의 (㉠), (㉡) 에 알맞는 것을 차례대로 나열하면?

① $A, B\subset A$ ② $A, A\subset B$ ③ $B^c, B\subset A$
④ $B^c, A\subset B$ ⑤ $B^c, A=B$

해설

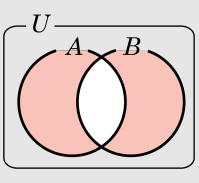
$A=A\cap U=A\cap(B\cup B^c)$ $\therefore$ (㉠) $\cdots B^c$
$=(A\cap B)\cup(A\cap B^c)$ ($\because$ 분배법칙)
$=(A\cap B)\cup(A-B)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$=(A\cap B)\cup\varnothing$ ($\because$ 가정에서 $A-B=\varnothing$)
$=A\cap B$ ($\because$ $A\cup\varnothing=A$)
그런데 $A\cap B=B$ 이므로 $A\subset B\cdots$ (㉡)

20. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 $A\triangle B = (A-B)\cup(B-A)$로 정의할 때, $(A\triangle B)\triangle B$ 와 같은 집합은?

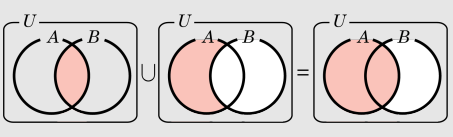
① U ② $\varnothing$ ③ A ④ B ⑤ $A\cap B$

해설

$A\triangle B = (A-B)\cup(B-A)$를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $(A\triangle B)\triangle B = \{(A\triangle B)-B\}\cup\{B-(A\triangle B)\}$이므로 이를 벤 다이어그램으로 나타내면



$\therefore (A\triangle B)\triangle B = A$

21. 두 양의 정수 a, b 에 대하여 연산 $\triangle$ 를 $a \triangle b = \begin{cases} a^b & (a \geq b) \\ b^a & (a < b) \end{cases}$ 으로 정의하자. $4 \triangle 3$, $2 \triangle 6$ 의 양의 약수들을 원소로 하는 집합을 각각 A, B 라고 할 때, $A \cap B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$4 \triangle 3 = 4^3 = 64$ 이므로
$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64\}$
$2 \triangle 6 = 6^2 = 36$ 이므로
$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18,\ 36\}$
$\therefore A \cap B = \{1,\ 2,\ 4\}$
$\therefore$ 원소의 합은 7

22. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 다음 중 '$\sim p$ 이면 $\sim q$ 이다.'가 거짓임을 보이는 원소가 속하는 집합은?

① $P \cap Q^c$　② $P \cup Q^c$　③ $P \cap Q$

④ $P^c \cap Q$　⑤ $P^c \cap Q^c$

해설

'$\sim p$ 이면 $\sim q$ 이다.'가 거짓이므로 대우명제 'q 이면 p 이다.'도 거짓이다. 즉 $Q \subset P$ 가 거짓이므로 $Q - P \neq \varnothing$ 임을 보이면 된다. 따라서 $Q \cap P^c$ 에 속하는 원소이다.

23. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

> ㉠ $a > b$이면 $a^2 > b^2$이다.
>
> ㉡ 정사각형은 마름모이다.
>
> ㉢ 임의의 유리수 x에 대하여 $\sqrt{2}x$는 무리수이다.
>
> ㉣ $a + b > 0$이면 $a > 0$이고 $b > 0$이다.
>
> ㉤ x가 6의 약수이면 x는 12의 약수이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

(반례) ㉠ $a = 1, b = -4$ ㉢ $x = 0$ ㉣ $a = 5, b = -4$

∴ ㉡, ㉤만 참이다.

24. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. 명제 '$\sim p$ 이면 q 이다.' 가 참일 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $P^c \subset Q$　② $P^c \cap Q = P^c$

③ $P^c \cup Q = Q$　④ $P^c - Q = \varnothing$

⑤ $(P^c \cap Q)^c = Q^c$

해설

$P \subset Q$ 이므로 ①,②,③,④는 성립.

⑤ $(P^c \cap Q)^c = (P^c)^c = P$

25. 두 조건 $p : 2 \le x \le 2k$, $q : -\frac{k}{3} \le x < 16$ 에 대하여 'p이면 q 이다.'가 참이 되도록 하는 정수 k 의 개수는? (단, $k \ge 1$)

① 7 개　② 8 개　③ 12 개　④ 15 개　⑤ 16 개

해설

$-\frac{k}{3} \le 2 \quad \rightarrow \quad k \ge -6,\ 2k < 16 \quad \rightarrow \quad k < 8,\ 1 \le k < 8$이므로

정수 k의 개수는 7개

26. 다음 보기의 명제 중 그 역이 참인 것을 모두 몇 개인가? (단 a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $a > 0$ 이면 $\frac{1}{a} > 0$ 이다.

㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

㉢ $a < b$ 이면 $|a| < |b|$ 이다.

㉣ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$ 이다.

㉤ $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠, ㉤의 역이 참이다.

27. 네 조건 p, q, r, s에 대하여 명제 $p \Rightarrow \sim q$, $q \Rightarrow r$, $s \Rightarrow q$일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

㉠ $q \Rightarrow p$	㉡ $s \Rightarrow r$	㉢ $r \Rightarrow s$
㉣ $p \Rightarrow \sim s$	㉤ $q \Rightarrow \sim p$	㉥ $\sim r \Rightarrow \sim q$
㉦ $s \Rightarrow \sim p$		

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

㉡, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦이 참이다.

$p \Rightarrow \sim q$, $q \Rightarrow r$, $s \Rightarrow q$이므로

그 각각의 대우도 참이다.

$\therefore q \Rightarrow \sim p$, $\sim r \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow \sim s$

$p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow \sim s$이므로

$\therefore p \Rightarrow \sim s$, $s \Rightarrow \sim p$

$s \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$이므로

$\therefore s \Rightarrow r$

28. 다음 ( )에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x=2$ 는 $x^2=4$ 이기 위한 ( )조건이다 평행사변형은 직사각형이기 위한 ( )조건이다.

▶ 답 : 조건

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$x=2$ 는 $x^2=4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

29. 다음 보기중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건이 되는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $p : xy > 0,\ q : |x| + |y| = |x + y|$

㉡ $p : xy < 0,\ q : |x| + |y| > |x + y|$

㉢ $p : xy \le 0,\ q : ||x| - |y|| = |x + y|$

㉣ $p : x^2 > y^2,\ q : x^3 > y^3$

㉤ p : 임의의 실수 a 에 대하여 $ax + y = 0$,
q : $|x| + |y| = 0$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ (반례) $x = 1,\ y = 0$
㉡은 x 또는 y 가 0 보다 작을 때 $q : |x| + |y| > |x + y|$ 의 식에서 x, y 값이 하나가 음수이므로 우변의 절댓값이 적어지기 때문에 성립하고 역 역시 성립한다.
㉢에서는 위의 조건 p 에서 0 과 같은 경우가 추가되는데, 이는 한 가지 수가 음수이므로 그 수들의 차와 절댓값을 붙인 수가 양변에 같게 된다. 따라서 성립한다.
㉣ (반례) $x = -3,\ y = 1$
㉤ 조건 p, q 모두 $x = 0$ 이고 $y = 0$

30. 세 조건 p, q, r에 대하여 r이 $\sim q$이기 위한 충분조건, q가 p이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 반드시 참 이라고 할 수 없는 것은?

① $p \to q$　　② $r \to \sim q$　　③ $p \to \sim r$

④ $q \to \sim r$　　⑤ $\sim p \to r$

해설

$r \to \sim q(T) \Rightarrow q \to \sim r(T)$ … ㉠

$p \to q(T) \Rightarrow \sim q \to \sim p(T)$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $r \to \sim q \to \sim p \Rightarrow r \to \sim p(T)$

$\Rightarrow p \to \sim r(T)$

31. 다음 중 절대부등식 $a^2+ab+b^2 \geq 0$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $a=b$　② $ab>0$　③ $a=b=0$

④ $a>b$　⑤ $b>a$

해설

$a^2+b^2+ab=a^2+ab+\frac{1}{4}b^2+\frac{3}{4}b^2$

$=\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2 \geq 0$ ($\because \left(a+\frac{1}{2}b\right)^2 \geq 0,\ \frac{3}{4}b^2\ 0$)

$\therefore a^2+b^2 \geq ab$

단, 등호는 $a+\frac{1}{2}b=0$ 이고 $b=0$

즉, $a=0$ 이고 $b=0$ 일 때, 성립한다.

32. 다음은 $a > 0,\ b > 0$일 때 $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$임을 증명한 것이다. (　　) 안에 알맞은 것은?

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\quad\quad)^2}{2} \geq 0$$

① $\sqrt{a} + \sqrt{b}$　② $\sqrt{a} - \sqrt{b}$　③ $a+b$
④ $a-b$　⑤ ab

해설

$$\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{2}$$
$$= \frac{(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2}{2}$$
$$= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$$

33. $a^2+b^2=4,\ x^2+y^2=9$일 때, $ax+by$가 취하는 값의 범위를 구하면?

① $-4 \le ax+by \le 4$　② $-9 \le ax+by \le 9$

③ $-6 \le ax+by \le 6$　④ $0 \le ax+by \le 36$

⑤ $-36 \le ax+by \le 36$

해설

$a^2+b^2=4,\ x^2+y^2=9$이면

$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \ge (ax+by)^2$에서

$4 \cdot 9 \ge (ax+by)^2$

$\therefore -6 \le ax+by \le 6$