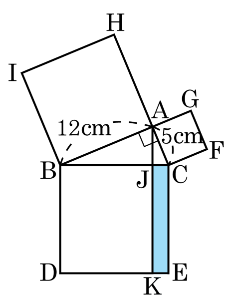
1. 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 $4\,\mathrm{cm}, 5\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 빗변의 길이는? .

① $3\,\mathrm{cm}$ ② $6\,\mathrm{cm}$ ③ $\sqrt{41}\,\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $3\sqrt{4}\,\mathrm{cm}$

해설

$(\text{빗변})^2 = 4^2 + 5^2 = 41$
$(\text{빗변}) = \sqrt{41}(\,\mathrm{cm})(\because \text{빗변} > 0)$

2. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 12\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 5\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\square\mathrm{JKEC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

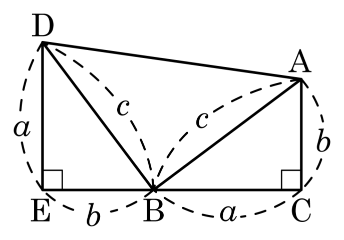
▷ 정답: $25\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\square\mathrm{JKEC} = \square\mathrm{ACFG} = 5 \times 5 = 25(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 차례로 써놓은 것이다. 밑 줄에 들어갈 알맞은 것은?

㉠ 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{DEB} \equiv \triangle\mathrm{BCA}$ 이다.
㉡ $\triangle\mathrm{DBA}$ 는 $\angle\mathrm{DBA} = 90^\circ$ 인 이등변삼각형이다.
㉢ ______________________
㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$



① $\square\mathrm{DECA} = \triangle\mathrm{DEB} + \triangle\mathrm{DBA}$

② $\square\mathrm{DECA} = \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{DBA}$

③ $\square\mathrm{DECA} = \triangle\mathrm{DEB} + \triangle\mathrm{ABC}$

④ $\square\mathrm{DEBA} = \triangle\mathrm{DEB} + \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{DBA}$

⑤ $\square\mathrm{DECA} = \triangle\mathrm{DEB} + \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{DBA}$

해설

㉠ 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{DEB} \equiv \triangle\mathrm{BCA}$ 이다.
㉡ $\triangle\mathrm{DBA}$ 는 $\angle\mathrm{DBA} = 90^\circ$ 인 이등변삼각형이다.
㉢ $\square\mathrm{DECA} = \triangle\mathrm{DEB} + \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{DBA}$
㉣ $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
㉤ $\therefore a^2 + b^2 = c^2$

4. 가로, 세로의 길이가 각각 $7\,\mathrm{cm}$, $19\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

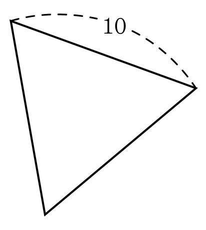
▷ 정답 : $\sqrt{410}\,\mathrm{cm}$

해설

대각선의 길이는 $\sqrt{7^2+19^2}=\sqrt{49+361}=\sqrt{410}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \sqrt{410}\,\mathrm{cm}$

5. 색종이를 다음과 같이 한 변의 길이가 10 이 정삼각형 모양으로 오렸다. 삼각형의 높이와 넓이를 순서대로 나타낸 것으로 옳은 것은?



① $4\sqrt{3},\ 20\sqrt{3}$　② $5\sqrt{3},\ 20\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{3},\ 25\sqrt{3}$　④ $6\sqrt{3},\ 20\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3},\ 25\sqrt{3}$

해설

$(\text{높이}) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$

$(\text{넓이}) = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = \dfrac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$

6. 포물선 $y = x^2 + 2x + 5$ 의 꼭짓점과 직선 $y = -x + 1$ 의 x 절편 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

포물선 $y = x^2 + 2x + 5 = (x^2 + 2x + 1) + 4 = (x + 1)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점은 $(-1,\ 4)$ 이다.
직선 $y = -x + 1$ 의 x 절편의 좌표는 $0 = -x + 1$ 이므로 $(1,\ 0)$ 이다.
따라서 두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(-1-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ 이다.

7. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점　② 91 점　③ 92 점　④ 93 점　⑤ 94 점

해설

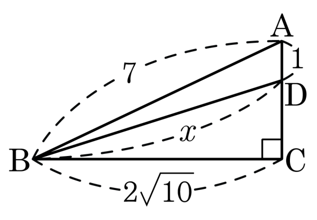
1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$\frac{a+b+c}{3} = 89,\quad a+b+c = 267$

$\frac{a+b+c+x}{4} = 90,\quad (a+b+c)+x = 360,\quad 267+x = 360 \quad \therefore\ x = 93$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.

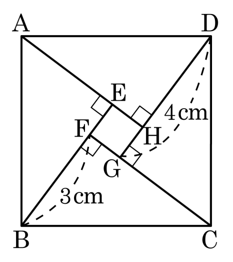


① 6 ② $3\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{11}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2+(2\sqrt{10})^2=7^2$
$(\overline{\mathrm{CD}}+1)^2=49-40=9$
$\overline{\mathrm{CD}}+1=3, \overline{\mathrm{CD}}=2$
$\triangle$DBC 에서 $x^2=2^2+(2\sqrt{10})^2=4+40=44$
$\therefore x=2\sqrt{11}$

9. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,cm$, $\overline{DG} = 4\,cm$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?

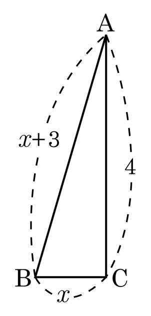


□EFGH 의 모양은 (가) 이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 (나) 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm
② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm
③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm
④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm
⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설
□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

10. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하면?



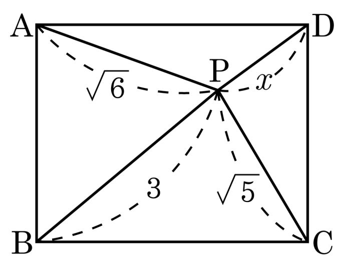
① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$x+3$ 이 빗변이므로 $(x+3)^2 = x^2 + 4^2$ 이 성립한다.

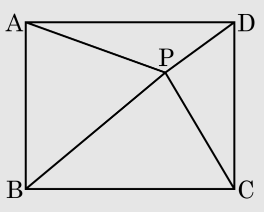
$\therefore\ x = \frac{7}{6}$

11. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AP}=\sqrt{6}$, $\overline{BP}=3$, $\overline{CP}=\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설

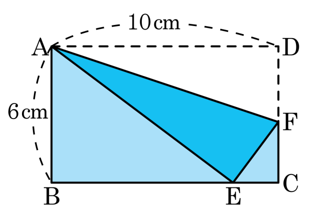


그림의 직사각형에서 다음 관계가 성립한다.

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

$\sqrt{6}^2+\sqrt{5}^2=3^2+x^2 \quad \therefore x=\sqrt{2}$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 점 D 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 오도록 접었을 때, $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $8\,\mathrm{cm}$　③ $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

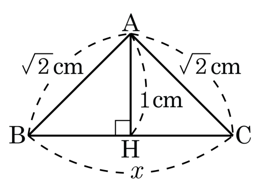
④ $5\,\mathrm{cm}$　⑤ $7\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 피타고라스 정리에서

$\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\mathrm{cm})$

13. 다음 그림에서 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이고 $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AH}} = 1\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 일 때, x를 구하여라.



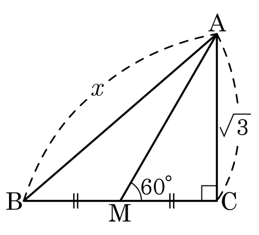
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{\sqrt{2}^2 - 1^2} = 1(\,\mathrm{cm})$ 이므로 $x = \overline{\mathrm{BC}} = 2(\,\mathrm{cm})$ 이다.

14. 다음 그림의 △ABC 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?



① $\sqrt{3}$　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{7}$
④ $\sqrt{11}$　⑤ $\sqrt{13}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{\mathrm{CM}} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = 1$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{BM}} = 1$ 이고
$\overline{\mathrm{AB}} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

16. 세 수 a, b, c 의 평균이 6 일 때, 5 개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6 이므로 $\frac{a+b+c}{3}=6$
$\therefore a+b+c=18$
따라서 5 개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은
$\frac{8+a+b+c+4}{5}=\frac{8+18+4}{5}=6$

17. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$　② $x = y < z$　③ $x < y = z$
④ $x = y > z$　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

18. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$

$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$

19. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록 (초)	17	x	16	y	14

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 16$

▷ 정답 : $y = 17$

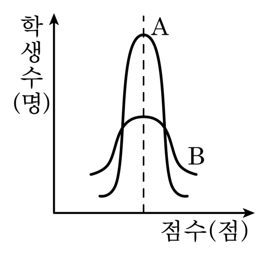
해설

$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16$, $x + y = 33$ 이다.

$\frac{1 + (x - 16)^2 + 0 + (y - 16)^2 + 4}{5} = 1.2$, $(x-16)^2 + (y-16)^2 = 1$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16$, $y = 17$ 이다.

20. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?



① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.

② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.

④ 고득점자는 A 반에 더 많다.

⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

21. 4 개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10 이고, 표준편차가 3 일 때, 변량 $a+5, b+5, c+5, d+5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

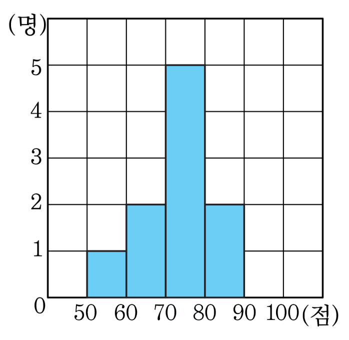
▷ 정답 : 평균 : 15

▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

평균 : $1 \cdot 10 + 5 = 15$
표준편차 : $|1| \cdot 3 = 3$

22. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

(평균)$= \dfrac{55\times 1+65\times 2+75\times 5+85\times 2}{10} = \dfrac{730}{10} = 73$(점)

(분산)$= \dfrac{1}{10}\{(55-73)^2\times 1+(65-73)^2\times 2\}$

$+\dfrac{1}{10}\{(75-73)^2\times 5+(85-73)^2\times 2\}$

$= \dfrac{760}{10} = 76$

23. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{이상} \sim 5^{미만}$	6
$5^{이상} \sim 7^{미만}$	3
$7^{이상} \sim 9^{미만}$	8
$9^{이상} \sim 11^{미만}$	3
합계	20

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 회수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} = \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20} = \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$

$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

24. 한 변의 길이가 $10\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형의 넓이는 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $\frac{a}{b}$ 를 구하시오. (단, b는 최소자연수이다.)

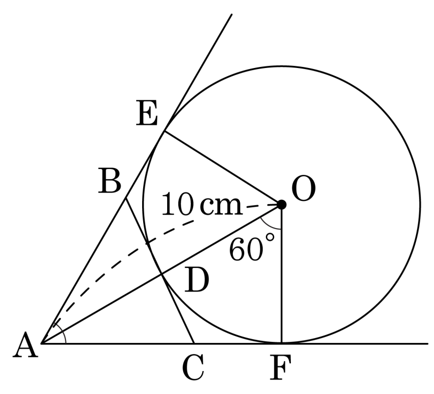
① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정육각형은 6 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2 \times 6 = 150\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \frac{a}{b} = \frac{150}{3} = 50$

25. 다음 그림과 같이 반직선 AE, AF 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\angle AOF = 60°$, $\overline{AO} = 10\,\text{cm}$)



▶ 답 : ______ cm

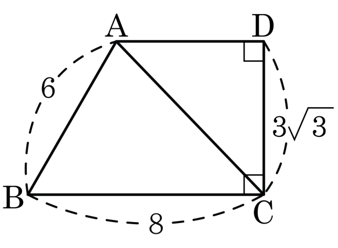
▷ 정답 : $10\sqrt{3}$ cm

해설

$\angle EAO = 30°$ 이므로
$\overline{EO} = 5\,\text{cm}$
$\overline{AE} = \overline{AF} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$
$\overline{BE} = \overline{BD},\ \overline{CF} = \overline{CD}$

$\therefore$ ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AE} = 2 \times 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

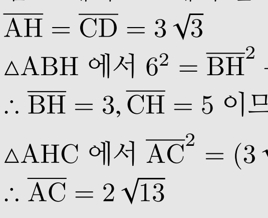
26. 가로의 길이가 8, 세로의 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

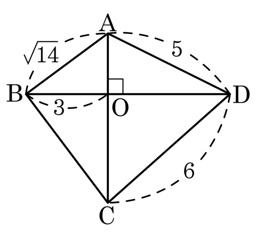
▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,
$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$
$\triangle ABH$ 에서 $6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$
$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5$ 이므로
$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$
$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$

27. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



① 5 ② 4

③ $2\sqrt{5}$ ④ $1+\sqrt{14}$

⑤ $3\sqrt{13}$

해설

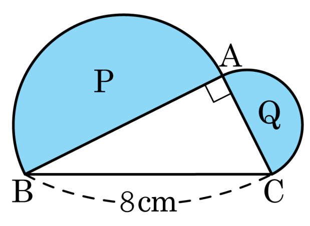
$(\sqrt{14})^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC^2}$

$\overline{BC}^2 = 25,\ \overline{BC} = 5$ 이므로

$\triangle$OBC 에서 $\overline{BC}^2 = 3^2 + \overline{OC}^2,\ 5^2 = 3^2 + \overline{OC}$

$\therefore \overline{OC} = 4$

28. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P + Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

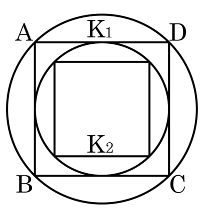
▷ 정답 : $8\pi\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$P + Q$ 는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$P + Q = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \pi = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$

29. 그림과 같이 지름의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 인 원에 내접하는 정사각형을 K_1 이라 할 때, K_1 에 내접하는 원에 또 다시 내접하는 정사각형 K_2 의 한 변의 길이는 얼마인가?



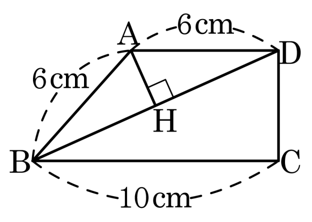
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

지름의 길이가 $20\,\mathrm{cm}$ 이므로 사각형 ABCD 의 대각선의 길이는 $20\,\mathrm{cm}$ 이므로 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다.
정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 안에 내접하는 작은 원의 지름이므로 작은 원의 지름은 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이고, 작은 원의 지름은 K_2 의 대각선의 길이와 같다.
따라서 K_2 는 대각선의 길이가 $10\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형이므로 K_2 의 한 변의 길이는 $10\,\mathrm{cm}$ 이다.

30. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90°$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

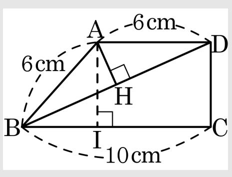


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$\overline{BI} = 4\text{cm}$, $\overline{AI} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{HD} = \sqrt{30}\text{cm}$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{30})^2} = \sqrt{6}(\text{cm})$

31. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7, a^2, b^2, 9 의 평균은?

① 16　　② 17　　③ 19　　④ 21　　⑤ 23

해설

변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이므로

$\dfrac{4+6+a+b}{4}=5,\quad a+b+10=20$

$\therefore a+b=10 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$\dfrac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$

$\dfrac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$

$\dfrac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40 \quad \cdots\cdots ㉡$

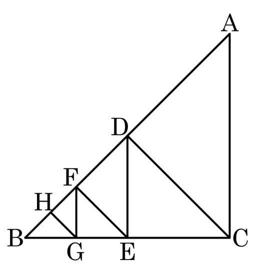
㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

따라서 7, a^2, b^2, 9 의 평균은

$\dfrac{7+a^2+b^2+9}{4}=\dfrac{16+60}{4}=19$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC} = 4$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 D, 점 D 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 E, 점 E 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 F, 점 F 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 G, 점 G 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 BHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$\triangle$ABC 가 직각이등변삼각형이므로 $\triangle$HBG, $\triangle$HFG, $\triangle$FGE, $\triangle$FED, $\triangle$DEC, $\triangle$DCA 도 모두 직각이등변삼각형이다.

$\overline{HB} = a$ 로 놓으면

$\overline{FG} = \overline{EG} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

$\overline{EF} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a$

$\overline{DE} = \overline{CE} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a$

$\overline{DC} = \overline{AD} = \sqrt{8a^2 + 8a^2} = 4a$

$\overline{AC} = \sqrt{16a^2 + 16a^2} = 4\sqrt{2}a$

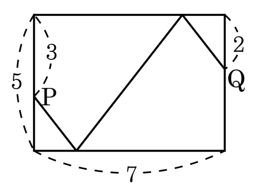
$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로

$\therefore\ 4\sqrt{2}a = 4,\ a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 삼각형 BHG 의 넓이는

$\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 이다.

33. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?



① $\sqrt{70}$　② $\sqrt{105}$　③ $\sqrt{130}$
④ $2\sqrt{35}$　⑤ $5\sqrt{5}$

해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면
$\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P → A → B → Q로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$과 같다.
∴ 최단 거리= $\overline{P'Q'} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$ 이다.