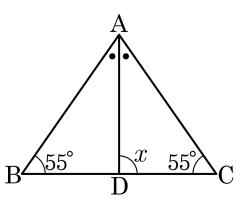
1. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 ∠A 의 이등분선이고 ∠B = ∠C = 55° 일 때, ∠x 의 크기는?



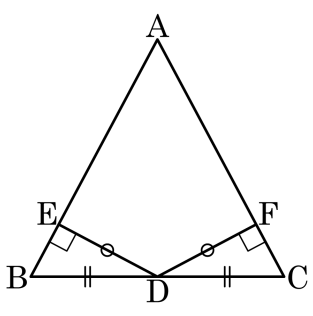
① 70° ② 75° ③ 80°

④ 85° ⑤ 90°

해설

△ABC 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질 중 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
∠x = 90° 이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 28°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 56 °

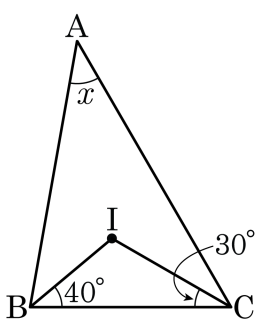
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 62°$

$\therefore \angle A = 180° - 62° \times 2 = 56°$

3. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

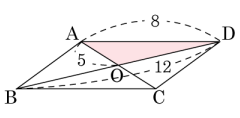


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD} = 8$, $\overline{AO} = 5$, $\overline{BD} = 12$ 일 때, $\triangle OAD$의 둘레의 길이는?

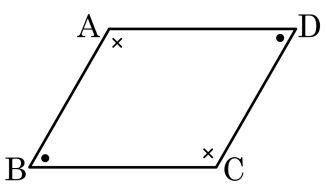


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB} = \overline{OD} = 6$이므로 $\triangle OAD = 5 + 6 + 8 = 19$이다.

5. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ☐ 안에 들어갈 알맞은 것은?



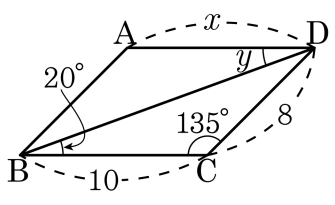
$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 $\square ABCD$ 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 ☐ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} /\!/ \overline{DC},\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

① $45°$ ② $60°$ ③ $90°$ ④ $180°$ ⑤ $360°$

해설

동측내각의 합이 $180°$ 이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

6. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

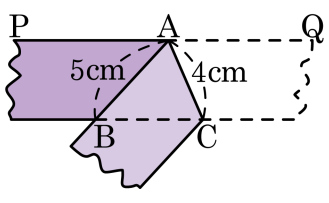


① $x = 8,\ y = 20°$
② $x = 10,\ y = 20°$
③ $x = 10,\ y = 135°$
④ $x = 8,\ y = 135°$
⑤ $x = 10,\ y = 25°$

해설

$x = 10,\ y = 20°$

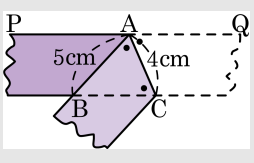
7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

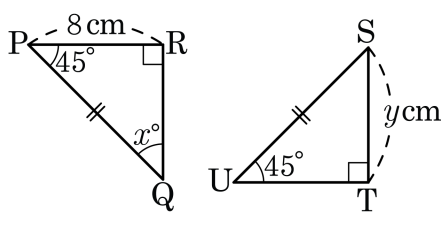
④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설



$\angle QAC = \angle CAB$ (종이 접은 각)
$\angle QAC = \angle ACB$ (엇각)
$\therefore\ \angle CAB = \angle ACB$
따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{BC} = \overline{AB} = 5cm$

8. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x-y$ 의 값은?



① 35 ② 37 ③ 40 ④ 45 ⑤ 48

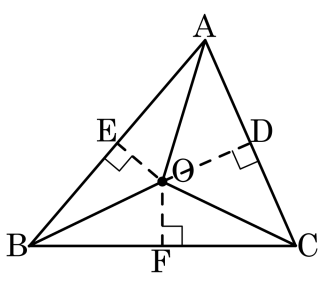
해설

△PRQ, △STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8\text{cm} = y\text{ cm}$

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

9. 다음 그림에서 점 O 가 삼각형 ABC 의 외심일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉡ $\overline{OE} = \overline{OF}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ㉣ $\overline{AD} = \overline{CD}$

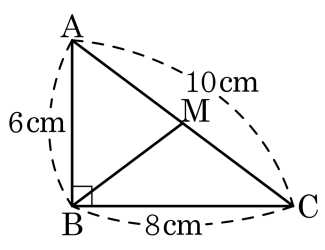
㉤ $\overline{AE} + \overline{OE} = \overline{BC}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡, ㉢, ㉤은 알 수 없다.

10. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$일 때, $\triangle MBC$의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2

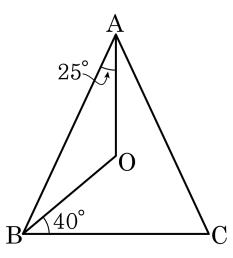
④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$

④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

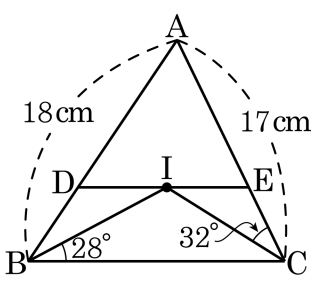
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

12. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① △ADE 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

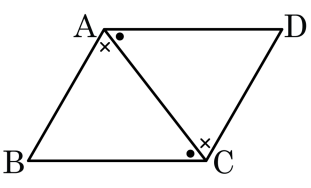
④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

△DBI 와 △EIC 는 이등변삼각형이다.
④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

13. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉡
$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

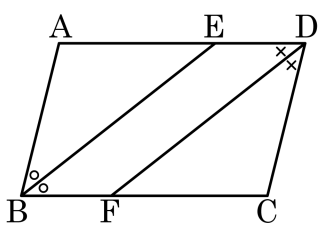
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 다음 보기 중에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AE}$ ㉡ $\overline{ED} = \overline{BF}$

㉢ $\overline{AE} = \overline{DC}$ ㉣ $\overline{BE} = \overline{FD}$

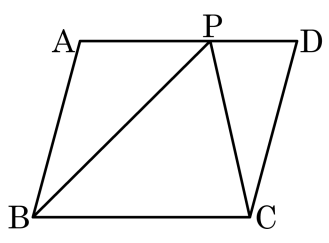
㉤ $\angle AEB = \angle DFC$ ㉥ $\angle ABE = \angle FDC$

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

사각형 BEDF 는 평행사변형이고,
$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ 이므로 ㉠~㉥ 모두 옳다.

15. 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABP$ 의 넓이가 18이고 $\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하시오.



▶ 답:

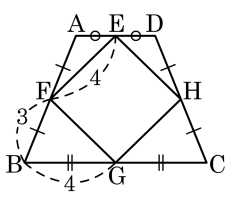
▷ 정답: 60

해설

$\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2 = \triangle ABP : \triangle PCD$ 이므로 $\therefore \triangle PCD = 12$

$\square ABCD = 2(\triangle ABP + \triangle PCD) = 2(18 + 12) = 60$

16. 다음은 등변사다리꼴 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이를 구하여라.



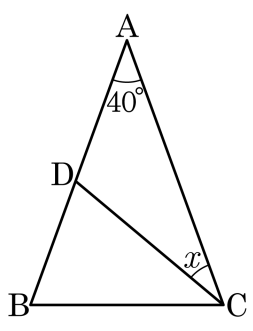
▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

등변사다리꼴의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 의 둘레는 $4 \times 4 = 16$ 이다.

17. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

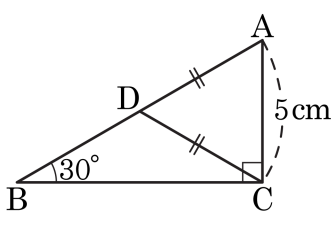
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

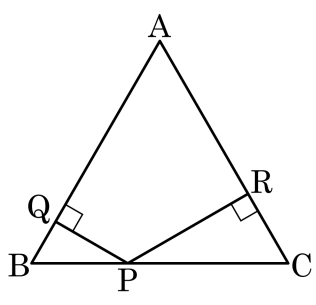


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

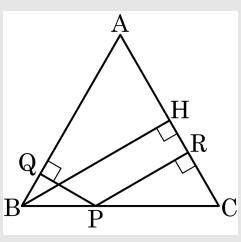


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

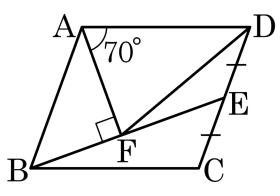


$\triangle PBA + \triangle PCA = \triangle ABC$

$\frac{1}{2} \times \overline{BA} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times \overline{BH}$

$\overline{BH} = 8\,(\text{cm})$

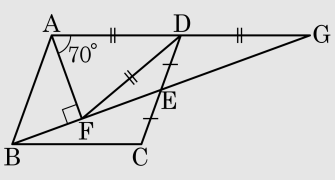
20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70°$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

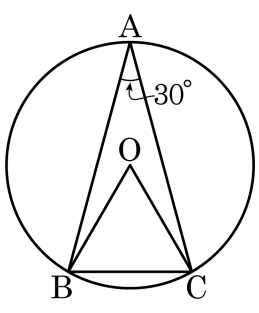
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
$\therefore \angle DFE = 90° - \angle DFA = 90° - \angle DAF = 20°$

21. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

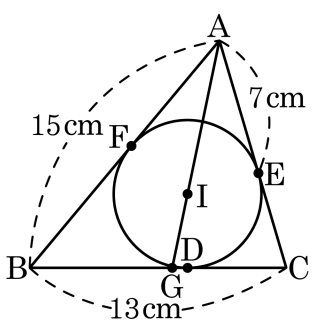


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

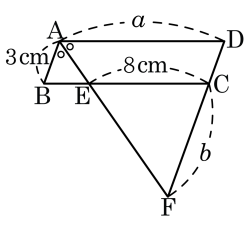
▷ 정답 : $\frac{7}{9}$cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.
$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$
$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$
$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$
$\therefore \overline{AC} = 12\text{cm}$
또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$
$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$
$\therefore x = \frac{7}{9}$
따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?

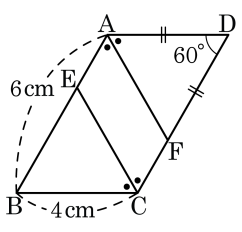


① 19cm ② 20cm ③ 21cm
④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)
$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$
$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로
$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

24. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, $\square AECF$ 의 둘레의 길이는?

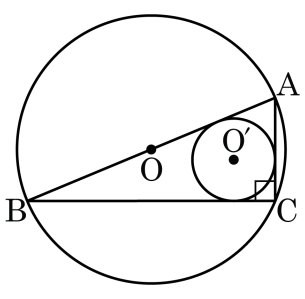


① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\,(\text{cm})$ 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\,(\text{cm})$ 이다.

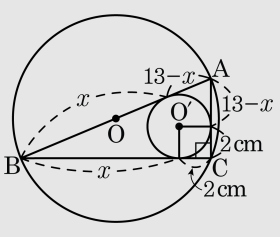
25. 다음 그림에서 원 O, O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 원O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 6.5cm, 2cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 30 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

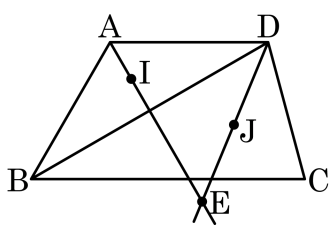


(△ABC 의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times (x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times (13-x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times 13 \times 2$

$= x + 2 + 15 - x + 13 = 30\,(\text{cm}^2)$

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 삼각형 ABD, BCD 의 내심을 각각 I, J 라 정한다. 선분 AI 와 선분 DJ 의 연장선의 교점을 E 이고 $\angle DBC = 30°$ 라 할 때, $\angle IEJ$ 의 크기를 구하여라.



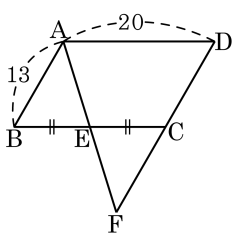
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 52.5°

해설

선분 AD 와 선분 BC 가 평행하므로
$\angle ADB = \angle DBC = 30°$
또 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAD = 120°$
점 I 는 $\triangle ABD$ 의 내심이므로
$\angle IAD = \frac{1}{2}\angle BAD = 60°$
또 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로
$\angle BCD = \angle BDC = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$
점 J 는 $\triangle BCD$ 의 내심이므로
$\angle BDJ = \frac{1}{2}\angle BDC = \frac{1}{2} \times 75 = 37.5°$
$\triangle AED$ 에서 $60° + \angle IEJ + 37.5° + 30° = 180°$
$\therefore \angle IEJ = 52.5°$

27. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 20$, $\overline{AB} = 13$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



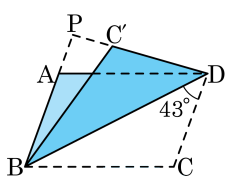
▶ 답:

▷ 정답: 26

해설

△ABE 와 △FCE 에서
∠AEB = ∠FEC (맞꼭지각)
$\overline{BE} = \overline{CE}$, ∠ABE = ∠FCE (엇각)
∴ △ABE ≡ △FCE (ASA 합동)
$\overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 13 + 13 = 26$

28. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AB}$, $\overline{DC'}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 할 때, $\angle P$ 의 크기는?



① 86° ② 88° ③ 90°

④ 94° ⑤ 96°

해설

$\angle C'DB = \angle CDB = 43°$

$\angle ABD = \angle BDC = 43°$ (엇각)

$\triangle PBD$ 에서

$\angle P = 180° - 43° \times 2 = 94°$

29. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 경우를 골라라. (점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

㉠ $\angle A = 70°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$
㉡ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
㉢ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\overline{AO} = \overline{DO}$
㉣ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BC}$
㉤ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

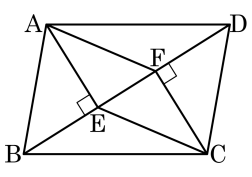
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABE = \angle CDF$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

④ $\overline{AE} // \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90°$
$\overline{AB} = \overline{CD}$
$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{AE} // \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$