1. 다음 □안에 알맞은 수를 각각 써 넣어라.

> 직각삼각형의 빗변의 길이를 10 , 다른 두 변의 길이를 각각 6, 8 이라 할 때, 다음이 성립한다.
> $\square^2 + \square^2 = \square^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 10

해설

[피타고라스 정리]
직각삼각형에서 직각을 끼고 있는 두 변의 길이를 각각 a, b 라고 하고 빗변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립한다.

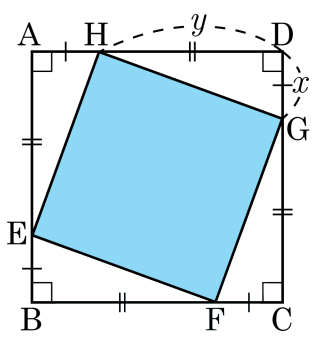
2. 다음 그림과 같이 △ABC가 직각삼각형일 때 □ 안에 알맞은 수는 ?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\sqrt{13^2-5^2} = \sqrt{144} = 12$

3. 다음 정사각형 ABCD 에서 4 개의 직각삼각형은 합동이고 $x^2+y^2=15$ 일 때, □EFGH 의 넓이는?



① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

□EFGH 는 정사각형, (한 변의 길이) = $\sqrt{15}$, 넓이는 $\sqrt{15}\times\sqrt{15}=15$

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?

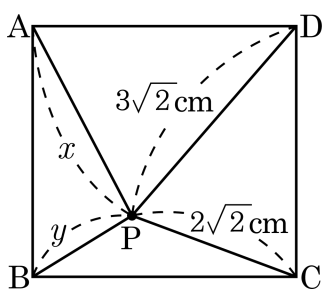
① $\sqrt{41}$ ② 3.2 ③ $\sqrt{34}$ ④ 3 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$\overline{ON} = \overline{OM}$, $x = \overline{OB}$

$\triangle OMB$ 에서 $\overline{OB} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$

5. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}$cm , $\overline{PD} = 3\sqrt{2}$cm 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

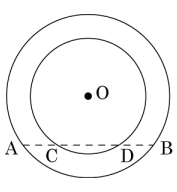


① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

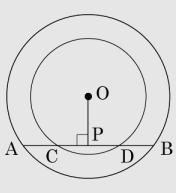
6. 다음 그림과 같은 원 모양의 트랙이 있다. $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 6cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm

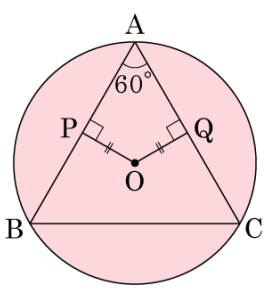
④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설



중심에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 P 라고 하면, $\overline{AP} = 6cm$, $\overline{CP} = 3cm$ 이다.
$\therefore \overline{AC} = 3cm$

7. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{OP} \perp \overline{AB}$, $\overline{OQ} \perp \overline{AC}$ 이고, $\overline{AB} = 8\sqrt{3}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



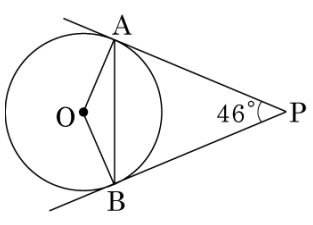
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\angle OAP = 30°$, $\overline{AP} = 4\sqrt{3}$ 이므로
$\overline{AP} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 2 = 4\sqrt{3} : \overline{AO}$ $\therefore \overline{AO} = 8$

8. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 46°$ 일 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 67°

해설

접선의 성질의 의해 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
$\triangle APB$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle PAB = 134° \times \frac{1}{2} = 67°$

9. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 30°$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.

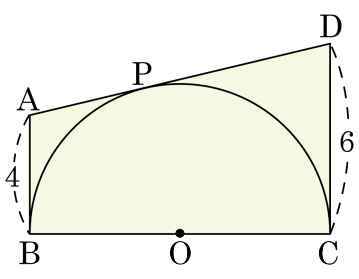
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 150 °

해설

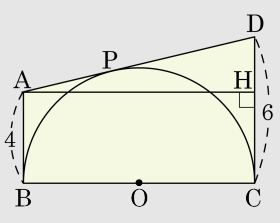
$\angle AOB = 360° - 180° - 30° = 150°$

10. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

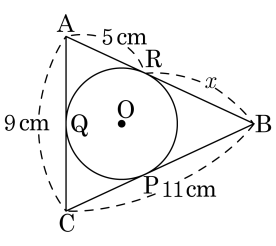


위의 그림에서 $\overline{AP} = 4, \overline{PD} = 6, \overline{DH} = 2$ 이므로 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$

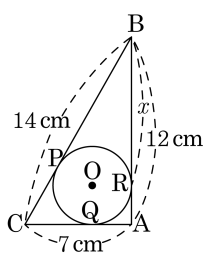
따라서, $\overline{BC} = 4\sqrt{6}$

11. 다음 그림에서 세 점 P, Q, R 는 원 O 의 접점이고, 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이라 할 때 x의 길이로 바르게 짝지은 것은?

(1)



(2)



① (1) 7 cm (2) $\frac{17}{2}$ cm

② (1) 7 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm

③ (1) 8 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm

④ (1) 9 cm (2) $\frac{19}{2}$ cm

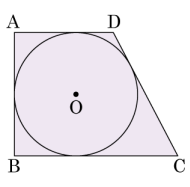
⑤ (1) 10 cm (2) $\frac{17}{2}$ cm

해설

(1) $\overline{AQ} = \overline{AR} = 5$ (cm)
$\overline{CQ} = \overline{CP} = 9 - 5 = 4$ (cm)
$\therefore\ x = \overline{BP} = 11 - 4 = 7$ (cm)

(2) $\overline{AC} = 6$ cm이므로
$(12 - x) + (14 - x) = 7$
$26 - 2x = 7$
$-2x = -19$
$\therefore\ x = \frac{19}{2}$ cm

12. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 의 외접사각형이다. $\overline{AB}+\overline{CD}=24\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}+\overline{BC}$ 의 값은?



① 24cm ② $9\sqrt{2}$cm ③ 9cm
④ 27cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$이므로 $\overline{AB}+\overline{CD}=24\text{cm}$

13. $a+3, \sqrt{3}a, a-3$ 을 세 변의 길이로 하는 직각삼각형이 있다. a 의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면? (단, $a>3$)

① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

(1) $\sqrt{3}a$ 가 빗변의 길이일 때

$(\sqrt{3}a)^2 = (a+3)^2 + (a-3)^2$

$3a^2 = a^2 + 6a + 9 + a^2 - 6a + 9$

$a^2 = 18 \quad \therefore a = 3\sqrt{2} (\because a > 3)$

(2) $(a+3)$ 가 빗변의 길이일 때

$(a+3)^2 = (\sqrt{3}a)^2 + (a-3)^2$

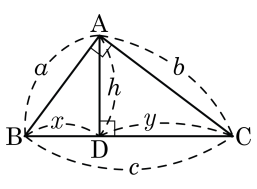
$a^2 + 6a + 9 = 3a^2 + a^2 - 6a + 9$

$3a^2 - 12a = 0$

$3a(a-4) = 0$

$\therefore a = 4 (\because a > 3)$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$ ② $b^2 = cy$

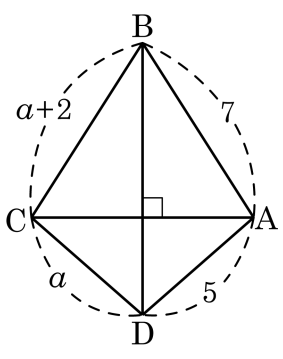
③ $a^2 = cx$ ④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 $\square ABCD$ 가 있다. 이때 a 의 값을 구하면?



① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

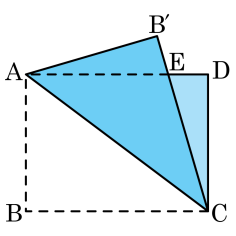
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$이므로

$a^2 + 7^2 = (a+2)^2 + 5^2$

$a^2 + 49 = a^2 + 4a + 4 + 25$

$4a = 20 \quad \therefore a = 5$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 몇 배인가?



① 2 배 ② 3 배 ③ $\frac{22}{7}$ 배

④ $\frac{25}{7}$ 배 ⑤ $\frac{25}{8}$ 배

해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \equiv \triangle CED$)

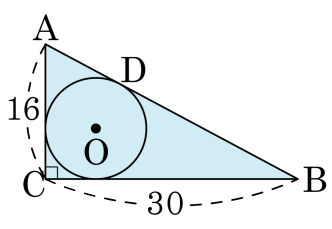
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

$\triangle AEC$, $\triangle ECD$ 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

17. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?

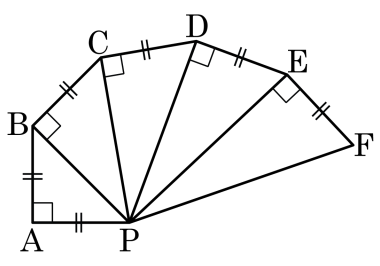


① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,
$\overline{AD} = 16 - r$,$\overline{BD} = 30 - r$
$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$
$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$

18. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

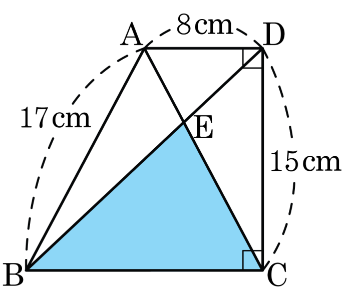


① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

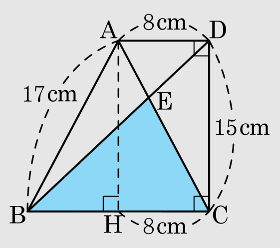
19. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 8cm$, $\overline{AB} = 17cm$, $\overline{DC} = 15cm$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{cm^2}$

해설



$\overline{AH} = 15cm$

$\overline{BH} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8(cm)$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)

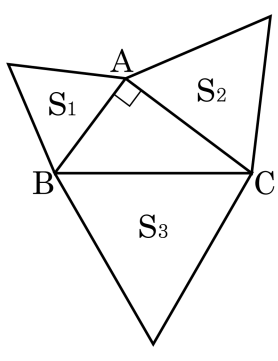
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

($\triangle$EBC의 넓이) $= \frac{2}{3} \times$ ($\triangle$DBC의 넓이)

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 80(cm^2)$

20. $\angle A$ 가 $90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$
$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면
$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$
따라서, S_1 , S_2 , S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로
넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$
즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.