

1. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

2. 명제 ' x 가 소수이면 x 는 홀수이다.'는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

3. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

4. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a < 0$ 에 대하여 명제 「모든 x 에 대하여 p 이면 q 이다.」가 참일 때, a 의 범위를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2 > a$

해설

명제 「모든 x 에 대하여 p 이면 q 이다.」가 참인 것은 두 조건 p, q 를 만족하는 진리집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 이 성립한다. 따라서, $-a > 2$ 이다. 따라서, $a < -2$

5. 명제 ‘ $x \leq -1$ 이면 $3x + 2 \leq k$ 이다.’ 가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5

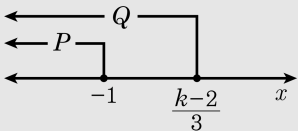
② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설



$p : x \leq -1$, $q : 3x + 2 \leq k$ 라 하고, 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 할 때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다.

$$-1 \leq \frac{k-2}{3}, \quad -3 \leq k-2$$

$$\therefore k \geq -1$$

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$

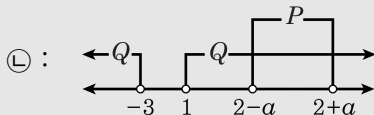
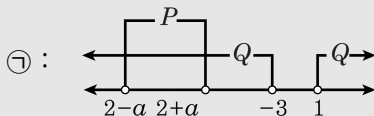
$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \dots \textcircled{7}$ 또는 $2 - a \geq 1 \dots$

$\textcircled{L}$,

즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

7. 우리 학교에서 다음 두 명제는 참이다.

- ㉠ 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석한다.

㉡ 우리학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않는다.

이 때, 다음 명제 중 참인 것은?

- ① 어떤 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.
- ② 우리학교 학생들은 모두 동아리 회원이다.
- ③ 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.
- ④ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이 아니다.
- ⑤ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이다

해설

①, ②, ③은 직관적으로 판단해도 거짓이다. 우리 학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않았고, 모든 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석하였다고 하였으므로 우리학교 학생 중에는 동아리 회원이 아닌 학생이 있음을 알 수 있다. 따라서 ④는 참이다. 한편 동아리 회원이 한 명도 없는 경우도 주어진 두 조건 ㉠, ㉡를 만족하므로 ⑤번은 거짓이 된다.

∴ 답 ④

8. 두 명제「겨울이 오면 춥다.」, 「추우면 눈이 온다.」가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은 ?

- ① 눈이 오지 않으면 춥지 않다.
- ② 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ③ 겨울이 오면 눈이 온다.
- ④ 눈이 오면 겨울이 온다.
- ⑤ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

해설

p : 겨울이 온다. q : 춥다. r : 눈이 온다.

라 하면 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이다.

- ① $q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim r \Rightarrow \sim q$ (대우 명제)
- ② $p \Rightarrow q$ 이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$ (대우 명제)
- ③ $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이므로
 $p \Rightarrow r$ (삼단논법)
- ④ $p \Rightarrow r$ 이라 해서 반드시 $r \Rightarrow p$ 인 것은 아니다.
- ⑤ $p \Rightarrow r$ 이므로 $\sim r \Rightarrow \sim p$ (대우명제)

9. 주머니 속의 빨강, 파랑, 노랑의 서로 다른 색의 구슬 세 개를 차례로 꺼낼 때, 다음 중 단 하나만 참이라고 한다. 다음에서 옳은 것을 고르면?

- ㉠ 첫번째 구슬은 빨간색이 아니다.
- ㉡ 두번째 구슬은 파란색이 아니다.
- ㉢ 세번째 구슬은 파란색이다.

- ① 첫번째 구슬이 빨간색이다.
- ② 첫번째 구슬이 파란색이다.
- ③ 두 번째 구슬이 파란색이다.
- ④ 세 번째 구슬이 노란색이다.
- ⑤ 두 번째 구슬이 노란색이다.

해설

㉢이 참이면 ㉡도 참이 되어 모순.

㉠이 거짓이고 ㉡가 참이면 ㉢이 참이 되어 모순. ∴ ㉠이 참이고, ㉡, ㉢이 거짓이다.

∴ 첫번째 구슬이 노란색, 두 번째 구슬이 파란색, 세 번째 구슬이 빨간색이다.

10. 두 명제 ‘여름이 오면 덥다.’, ‘더우면 비가 온다.’가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것을 모두 고르면?

① 덥지 않으면 여름이 오지 않는다.

② 여름이 오면 비가 온다.

③ 비가 오면 여름이 온다.

④ 비가 오지 않으면 여름이 오진 않는다.

⑤ 더우면 여름이 온다.

해설

세 명제 ‘여름이 온다.’, ‘덥다.’, ‘비가 온다.’를 각각 p , q , r 로 놓으면 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$ 명제가 참이면 그 대우역시 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$, $\sim r \Rightarrow \sim q$, $\sim r \Rightarrow \sim p$ 그러나 어떤 명제가 참이라고 해서 역과 이가 반드시 참인 것은 아니다. 따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

11. 다음의 두 진술이 모두 참이라고 할 때, 옳은 것은?

㉠ 키가 큰 학생은 농구를 잘한다.

㉡ 키가 큰 학생은 달리기 또는 수영을 잘한다.

① 키가 큰 학생은 달리기를 잘한다.

② 수영을 잘하는 학생은 농구도 잘한다.

③ 농구를 잘하는 학생은 달리기도 잘한다.

④ 달리기를 못하는 학생은 키가 크지 않다.

⑤ 달리기와 수영을 모두 못하는 학생은 키가 크지 않다.

해설

키가 큰 학생의 집합을 A , 농구를 잘하는 학생의 집합을 B , 달리기를 잘하는 학생의 집합을 C , 수영을 잘하는 학생의 집합을 D 라고 하면,

㉠ $A \subset B \subseteq A \subset (C \cup D)$

① $A \subset (C \cup D)$ 에서 $A \subset C$ 라고 할 수 없으므로 거짓이다.

② $D \subset B$ 라고 할 수 없으므로 거짓이다.

③ $B \subset C$ 라고 할 수 없으므로 거짓이다.

④ $A \not\subset C$ 이므로 $C^c \not\subset A^c$ 에서 거짓이다.

⑤ $A \subset (C \cup D)$ 에서 $(C \cup D)^c \subset A^c$

즉, $C^c \cap D^c \subset A^c$ 이므로 참이다.

12. 다음 두 조건으로 알 수 있는 것은?

㉠ 어떤 사람은 안경을 끼지 않았다.

㉡ 여자는 모두 안경을 썼다.

① 남자는 모두 안경을 썼다.

② 안경을 끼지 않은 여자도 있다.

③ 여자는 모두 안경을 끼지 않았다.

④ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

⑤ 남자는 모두 안경을 끼지 않는다.

해설

안경을 낀 사람의 집합을 A , 여자의 집합을 B 라고 하면

㉠ $A^c \neq \emptyset$

㉡ $B \subset A \Rightarrow A^c \subset B^c$

안경을 쓰지 않는 사람은 여자가 아니다.

$\therefore$ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

13. 다음 보기 중 세 실수 a, b, c 가 모두 0 이 아니기 위한 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $abc \neq 0$

㉡ $a + b + c \neq 0$

㉢ $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건이라면 $q \Rightarrow p$

q : 세 실수 a, b, c 가 모두 0이 아니다.

㉠ $q \leftrightarrow abc \neq 0 \therefore$ 필요충분조건

㉡ $q \not\Rightarrow a + b + c \neq 0$ (반례 : $a = -1, b = -1, c = 2$),
 $q \not\Leftarrow a + b + c \neq 0$ (반례 : $a = 0, b = -1, c = 2$) $\therefore$ 아무조건도 아니다.

㉢ $q \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0, q \not\Leftarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ (반례 : $a = 0, b = 0, c = -1$) $\therefore$ 필요조건

14. 네 집합 A, B, C, D 가 $A \subset B, C \subset D$ 를 만족시킬 때, 다음 (1), (2)의 안에 들어갈 내용을 <보기>에서 찾아 차례로 나열한 것을 고르면?

- ㉠ $B \subset C$ 인 것은 $A \subset D$ 이기 위한

㉡ $B \cap D \neq \emptyset$ 인 것은 $A \cap C \neq \emptyset$ 이기 위한

보기

- I. 필요조건이나, 충분조건은 아니다.

II. 충분조건이나, 필요조건은 아니다.

III. 필요충분조건이다.

IV. 아무 조건도 아니다.

- ① I, II

② I, III

③ II, I

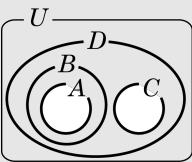
④ II, IV

⑤ III, II

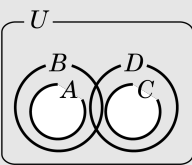
해설

㉠ $B \subset C$ 이면 $A \subset B \subset C \subset D$
 $(\because A \subset B, C \subset D) \therefore A \subset D$
 그러나 $A \subset D$ 이면 $B \subset C$ 는 성립하지 않는다. 따라서, 충분조건이지만 필요조건은 아니다.

[반례]



㉡ $B \cap D \neq \emptyset \nRightarrow A \cap C \neq \emptyset$ [반례]



15. x, y 가 실수일 때 세 명제 $p : xy = 0, q : |x| + |y| = 0, r : x + y = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
- ② p 는 r 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
- ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ④ q 는 p 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ q 는 r 이기 위한 충분조건이다.

해설

$$p : xy = 0 \rightarrow x = 0 \text{ 또는 } y = 0$$

$$q : |x| + |y| = 0 \rightarrow x = 0 \text{ 그리고 } y = 0$$

$$r : x + y = 0 \rightarrow x = -y$$

$$\therefore q \rightarrow p \{p \text{ 는 } q \text{ 이기 위한 필요조건}\}$$

$$q \text{ 는 } p \text{ 이기 위한 충분조건}$$

$$q \rightarrow r \{p \text{ 는 } r \text{ 이기 위한 필요조건}\}$$

$$r \text{ 은 } p \text{ 이기 위한 충분조건}$$

16. 다음에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건이 아닌 것은? (단, a, x, y 는 실수)

① $p : a < 0, q : \sqrt{a^2} = -a$

② $p : xy < 0, q : x < 0$ 이고 $y > 0$

③ $p : xy = 0, q : x = 0$ 또는 $y = 0$

④ $p : A \cup (B - A) = B, q : A \subset B$

⑤ $p : x, y$ 가 유리수, $q : x + y, xy$ 가 유리수

해설

② 충분조건일 때 의 반례는 $x > 0$ 이고, $y < 0$ 인 경우이다.

17. 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 차례대로 바르게 나열한 것은? (단, x, y, z 는 실수)

㉠ $p : x^2 + y^2 > 0, q : x \neq 0, y \neq 0$

㉡ $p : x + z > y + z, q : x > y$

① ㉠ 필요조건 ㉡ 충분조건

② ㉠ 충분조건 ㉡ 필요조건

③ ㉠ 충분조건 ㉡ 필요충분조건

④ ㉠ 필요충분조건 ㉡ 필요충분조건

⑤ ㉠ 필요조건 ㉡ 필요충분조건

해설

㉠ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

㉡ 주어진 명제와 역 모두 참이다.

18. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다.)

㉠ $p : a^2 + b^2 = 0, q : ab = 0$

㉡ $p : (a-b)(b-c) = 0, q : a = b = c$

㉢ $p : a > b$ 이고 $b > c, q : a > c$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉢, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $p : a^2 + b^2 = 0$ 에서 $a = b = 0$ 이고, $q : ab = 0$ 에서 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 이므로 $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ 이다.

㉡ $p : (a-b)(b-c) = 0$ 에서 $a = b$ 또는 $b = c$ 이고 $q : a = b = c$ 이므로 $p \not\Rightarrow q, q \Rightarrow p$ 이다.

㉢ $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ 이다.