1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2 ② x^2y ③ x^2y^2

④ $-2xy^2$ ⑤ $-3x^2y^2$

해설

$A + 2B$
$= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2)$
$= -3x^2y^2$

해설

2. 등식 $3x+4=a(x-1)+b(x+1)+3$이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=0$　② $a=-1,\ b=2$　③ $a=1,\ b=-2$

④ $a=0,\ b=2$　⑤ $a=1,\ b=2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$a+b=3,\ -a+b+3=4$

연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$

3. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x = 0$을 대입하면 : $a = 1$
$x = -1$을 대입하면 : $b = 2$
$x = 2$을 대입하면 : $c = -1$
$\therefore\ a + b + c = 2$

4. 다항식 $x^{22}+x^{11}+22x+11$을 $x+1$로 나눈 나머지는?

① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x)=x^{22}+x^{11}+22x+11$이라 하면,
$f(x)=(x+1)Q(x)+R$에서 $f(-1)=R$이므로
$f(-1)=(-1)^{22}+(-1)^{11}-22+11=-11$

5. 다항식 $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - k$가 $x+1$로 나누어떨어지도록 상수 k의 값을 정하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

즉, $f(-1) = 0$ 이므로

$f(-1) = -1 + 3 - k - k = 0, \ \therefore \ k = 1$

6. $x^3+x^2-8x-12$를 인수분해하면 $(x-3)$□ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3+x^2-8x-12=(x-3)(x+2)^2$

$\therefore$ □ $=(x+2)^2$

7. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$　② $k^2 - 1$　③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$　⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

8. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R$$
$$= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R$$

9. 다항식 x^3+ax+b가 다항식 x^2-x+1로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2=x-1$을 대입하면
$ax+(b-1)=0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a=0,\ b-1=0$
$\therefore\ a=0,\ b=1$
$\therefore a+b=1$

해설

x^3+ax+b
$=(x^2-x+1)Q(x)$
$=(x^2-x+1)(x+b)$
$\therefore\ b=1,\ a=0$

10. 다항식 $f(x)$를 $(x+3)(x-6)$으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$이었다. $f(x)$를 $(x+3)$으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$f(x)=(x+3)(x-6)Q(x)+x-2$이므로
$f(-3)=-5$

11. $a^2b+b^2c-b^3-a^2c$을 인수분해하면?

① $(a+b)(a-b)(b+c)$ ② $(a-b)(b-c)(c+a)$

③ $(a-b)(a+b)(b-c)$ ④ $(a-b)(a+b)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}&a^2b+b^2c-b^3-a^2c\\&=a^2(b-c)-b^2(b-c)\\&=(a-b)(a+b)(b-c)\end{aligned}$$

12. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$　② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$　④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

13. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$를 계산하여라.

① $x^2 + 1$　② $x^2 - 1$　③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$　⑤ $x^2 + 3$

해설

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$

$\therefore$ (준식)$= x^2 + 1$

14. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$　　② $a=-12,\ b=9$

③ $a=12,\ b=-9$　　④ $a=-12,\ b=-9$

⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$ 에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

15. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

16. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ −1　⑤ −2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

17. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$

$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$

$\therefore$ 6차 다항식

18. 다항식 $2x^2+5ax-a^2$을 다항식 $P(x)$로 나눈 몫이 $x+3a$, 나머지가 $2a^2$일 때, 다항식 $(x+a)P(x)$를 나타낸 것은?

① $x^2+2ax-2a^2$ ② x^2-a^2

③ $2x^2+3ax+a^2$ ④ $2x^2-3ax-a^2$

⑤ $2x^2+ax-a^2$

해설

$2x^2+5ax-a^2=P(x)(x+3a)+2a^2$이므로

$P(x)(x+3a)=2x^2+5ax-3a^2$

따라서, 다항식 $P(x)$는 $2x^2+5ax-3a^2$을 $x+3a$로 나눈 몫이므로

$P(x)=2x-a$

$\therefore\ (x+a)P(x)=(x+a)(2x-a)$

$=2x^2+ax-a^2$

19. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x + 1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$
② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$
④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$
$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$
$= x(2x + 1)^2 + 1$

$2x + 1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

20. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4-a^2+1$

해설

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = (a^2+1)^2-a^2$
$= a^4+a^2+1$

21. $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$의 전개식에서 x^3의 계수가 -8일 때, $a-2b$의 값은?

① -6　② -4　③ -2　④ 0　⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$(-2x^3\times b)\times 2+(x^2\times ax)\times 2=(-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

22. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=2$, $a^2+b^2+c^2=6$, $abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$= 2\times(6-(-1))-3=11$

23. 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c라 하자.

$4(a+b+c)=36$, $2(ab+bc+ca)=56$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$a^2+b^2+c^2=81-56=25$

$\therefore$ (대각선의 길이) $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{25}=5$

24. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z라 하면

$x+y+z=22 \cdots\cdots ①$

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14 \cdots\cdots ②$이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

25. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+k)$라 할 수 있다.
여기에서 상수항을 비교하면 $k=3$
$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+3)$
$=x^3+3x^2+x+3$
$\therefore\ a=3,\ b=1$이므로 $a+b=4$

해설

$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)Q(x)$
$x^2=-1$을 대입하면
$-x-a+bx+3=0,\ (b-1)x+(3-a)=0$
x에 대한 항등식이므로
$a=3,\ b=1$
$\therefore\ a+b=4$

26. $(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4$을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 512

해설

$(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4 = ax^{22}+bx^{21}+\cdots+c$
위의 식에 $x=1$을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
$\therefore$ (계수의 총합) $= 2^5\times(-2)^4 = 512$

27. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지가 -3이고, $x-3$으로 나눈 나머지가 5이다. $f(x)$를 $(x+1)(x-3)$로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x-1$

해설

$f(-1)=-3,\ f(3)=5$
$f(x)=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$
$-a+b=-3,\ 3a+b=5$
$a=2,\ b=-1$
$\therefore\ ax+b=2x-1$

28. x^5+x+1을 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라고 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^5+x+1=(x+1)Q(x)+R$
$x=-1$을 양변에 대입하면 $R=-1$
$\therefore\ x^5+x+1=(x+1)Q(x)-1\cdots$㉠
$Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $Q(1)$
㉠에 $x=1$을 대입하면 $3=2Q(1)-1$
$\therefore\ Q(1)=2$

29. $3x^3 - 5x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -16 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d = (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d$
$= (x-1)(x-1)[a(x-1)+b] + c\} + d$ 이므로
조립제법을 쓰면

1	3	0	−5	2	
		3	3	−2	
1	3	3	−2	0	← d
		3	6		
1	3	6	4	←	c
		3			
	3	9	← b		
	↑				
	a				

$a+b+c+d = 3+9+4+0 = 16$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x=2$ 를 대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.

30. 다음 중 $x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-3$ ④ $x+3$ ⑤ $x+2$

해설

준식을 인수정리와 조립제법을 이용하여 정리하면
$(x-1)(x-3)(x+2)(x+3) = 0$
※ 최고차항의 계수가 1 인 다항식에서 인수정리를 사용할 때, 상수항의 약수 중에서 대입하여 0이 되는 정수를 찾아본다.

31. 다음 식을 인수분해하면 $x^4-3x^2y^2+4y^4=(x^2+axy+by^2)(x^2+cxy+dy^2)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라. (a,b,c,d는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4+4x^2y^2+4y^4-7x^2y^2\\ &= (x^2+2y^2)^2-7x^2y^2\\ &= (x^2+\sqrt{7}xy+2y^2)(x^2-\sqrt{7}xy+2y^2)\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b+c+d=4$

32. 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-7x+6인 두 이차다항식의 합은?

① $2x^2+x+3$ ② $2x^2+3x-1$ ③ x^2-x-2
④ $2x^2-x-1$ ⑤ x^2-3x-2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
두 다항식을 $A(x-1)$, $B(x-1)$
(A, B는 서로소인 일차식)으로 놓으면
$x^3-7x+6=AB(x-1)$
$(x-1)(x-2)(x+3)=AB(x-1)$
$\therefore\ AB=(x-2)(x+3)$
A, B는 일차식이어야 하므로

$$\begin{cases} A=x-2 \\ B=x+3 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} A=x+3 \\ B=x-2 \end{cases}$$

따라서 두 다항식은 $(x-1)(x-2)$, $(x-1)(x+3)$이다.
$\therefore$ (두 다항식의 합)
$=(x-1)(x-2)+(x-1)(x+3)=2x^2-x-1$

33. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 8$이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$일 때, 두 다항식의 최대공약수는 $ax + b$이다. 이 때, $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

두 식 A, B의 최대공약수를 G라 하면
$A = Ga, B = Gb(a, b$는 서로소$)$
$A + B = (a + b)G = 2(x + 2)(x - 2)$
$L = abG = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$
$\therefore\ G = x + 2$