

1. $a > b > 0$ 일 때, 다음 $2a + b$, $a + 2b$ 의 대소를 비교하면?

① $2a + b < a + 2b$

② $2a + b \leq a + 2b$

③ $2a + b > a + 2b$

④ $2a + b \geq a + 2b$

⑤ $2a + b = a + 2b$

2. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

3. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

4. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값 M , 최솟값 m 의 합 $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답: _____

5. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

6. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라]에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{aligned} &|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0 \text{ 이므로 } (|a| + |b|)^2, |a + b|^2 \text{ 의 대소를} \\ &\text{비교하면 된다.} \\ &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + [\text{가}] + b^2 - (a^2 + [\text{나}] + b^2) \\ &= 2([\text{다}]) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } [\text{라}] \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

- ① 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab
② 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$
③ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $|ab| - ab$, 라: ab
④ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab
⑤ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

7. 자연수 n 에 대하여 2^{4n} , 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{4n} < 3^{3n}$

② $2^{4n} > 3^{3n}$

③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$

④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$

⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

8. 부등식 $|x+y| \leq |x|+|y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x=y$

② $xy > 0$

③ $xy \geq 0$

④ $x \geq 0, y \geq 0$

⑤ $x \leq 0, y \leq 0$

9. $a > b$, $x > y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(a + b)(x + y) > 2(ax + by)$

② $(a + b)(x + y) < 2(ax + by)$

③ $(a + b)(x + y) \geq 2(ax + by)$

④ $(a + b)(x + y) \leq 2(ax + by)$

⑤ $(a + b)(x + y) = 2(ax + by)$

10. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① $a > 0, b > 0$ 이면 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$
- ② 모든 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| > a + b$
- ③ 모든 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 > ab$
- ④ 모든 실수 a, b 에 대하여 $|a - b| \leq |a| - |b|$
- ⑤ $a > b > 0$ 일 때, $\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$

11. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

 답: _____ 개

12. 부등식 $3^{400} > 4^{100n}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

13. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

14. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여 $|x + y| \geq |x - y|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 과정에서 ㉠ 에 알맞은 것은?

증명

$$\begin{aligned} & (|x + y|)^2 - |x - y|^2 \\ &= |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2 \\ &= 2(|xy| + xy) \geq 0 \\ &\therefore (|x + y|)^2 \geq |x - y|^2 \\ &\text{그런데 } |x + y| \geq 0, |x - y| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|x + y| \geq |x - y| \text{ (단, 등호는 (㉠) 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

- ① $xy > 0$ ② $xy < 0$ ③ $xy \geq 0$
④ $xy \leq 0$ ⑤ $xy = 0$

15. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $a^2 = b$

16. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것을 모두 고르면?(단, x, y 는 실수)

보기

㉠ $x^2 \geq 0$

㉡ $x^3 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| > 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

17. 임의의 양의 실수 x, y 에 대하여 $A = \frac{x+y}{2}$, $G = \sqrt{xy}$, $H = \frac{2xy}{x+y}$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $G \geq A \geq H$ ② $A \geq H \geq G$ ③ $A \geq G \geq H$
④ $H \geq G \geq A$ ⑤ $H \geq A \geq G$

18. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$

② $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

③ $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b}$

④ $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b}$

⑤ $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

19. 양수 x, y 에 대하여 $\left(x + \frac{3}{y}\right)\left(3y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: _____

20. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+b)\left(\frac{4}{a} + \frac{9}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 13

② 24

③ 25

④ 28

⑤ 36

21. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

22. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답: _____

23. 길이가 10인 쇠파이프를 n 등분(같은 크기)으로 잘라 다른 장소로 운반하려고 한다. 길이가 x 인 쇠파이프 1개를 운반하는 데 드는 비용이 $250x^2$ 원이고 쇠파이프를 한 번 자를 때 드는 비용이 1000 원이라 할 때, 이 쇠파이프를 잘라서 운반하는 데 드는 최소비용은?

① 6000 원

② 7000 원

③ 8000 원

④ 9000 원

⑤ 10000 원

24. 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때 빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

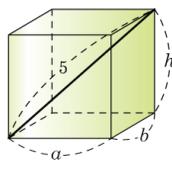
25. 부등식 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 24$ 를 만족시키는 실수 x, y, z 에 대하여 $x - 2y + 3z$ 의 최솟값을 구하시오.

 답: _____

26. 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때, $x + 2y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: _____

27. 코시-슈바르츠 부등식 $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq (ax+by+cz)^2$ 을 이용하여 가로, 세로, 높이가 각각 a, b, h 이고, 대각선의 길이가 5인 직육면체에서 모든 모서리의 길이의 합의 최댓값을 구하면?



- ① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $20\sqrt{3}$
 ④ $25\sqrt{5}$ ⑤ $24\sqrt{6}$

28. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수 a, b, H 에 대하여
 적당한 실수 r 가 존재하여
 $a = H + \frac{a}{r}, H = b + \frac{b}{r} \dots (A)$ 가 성립한다고 하자.
 그러면 $a \neq b$ 이고 $\frac{a-H}{a} = (가) \dots (B)$ 이므로
 $H = (나)$ 이다.
 역으로, $a \neq b$ 인 양수 a, b 에 대하여
 $H = (나)$ 이면,
 식 (B) 가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.
 (B) 에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$ 이라 놓으면
 식 (A) 가 성립한다. 따라서 양수 a, b, H 에 대하여 적당한 실수
 r 이 존재하여
 식 (A) 가 성립하기 위한 $(가)$ 조건은
 $a \neq b$ 이고 $H = (나)$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

- | | |
|--|---|
| ① $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$, 필요충분
③ $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$, 충분
⑤ $\frac{b-H}{b}, \frac{ab}{a+b}$, 충분 | ② $\frac{H-b}{b}, \frac{ab}{a+b}$, 필요충분
④ $\frac{b-H}{b}, \frac{2ab}{a+b}$, 필요 |
|--|---|

29. 공항에서 출국시에 통과되지 않은 물건을 소유하고 있을 때는 경고음이 울리게 되어 있다. 1건 적발될 때마다 출국 심사 시간은 x 분씩 늘어나며 y 명의 사람들이 심사를 받기 위해 줄을 서서 기다리고 있다. 기본 심사 시간은 한 사람 당 2분이며 10건이 적발되었다고 할 때, 1시간 이내에 심사를 마치기 위한 xy 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답: _____

30. $x+y+z=4, x^2+y^2+z^2=6$ 을 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 x 가 취할 수 있는 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

31. 다음의 I, II에서 p 가 q 이기 위한 충분조건이면 1, 필요조건이면 3, 필요충분조건이면 7, 아무 조건도 아니면 0의 값을 주기로 하자.

I. $p : ab < 0$ q : 두 부등식 $a > b$, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 이 동시에 성립한다.
II. $p : a + b - 1 < 0$ q : 이차방정식 $x^2 - ax - b = 0$ 이 허근을 갖는다.

a, b 가 실수일 때, I, II에 주어지는 두 값의 합을 구하시오.

 답: _____

32. 세 양수 x, y, z 가 $x + y + z = 1$ 을 만족할 때,
 $\left(2 + \frac{1}{x}\right)\left(2 + \frac{1}{y}\right)\left(2 + \frac{1}{z}\right)$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답: _____

33. 1, 3, 5, 7, 9를 임의로 순서를 바꾸어 배열한 수열을 a, b, c, d, e 라고 할 때, $a + 3b + 5c + 7d + 9e$ 의 최솟값은?

- ① 83 ② 85 ③ 87 ④ 89 ⑤ 91