

1. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로}$$

$$(h \circ g \circ f)(1) = (h \circ (g \circ f))(1)$$

$$= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5|$$

$$= 3$$

2. 함수 $f(x)$ 가 $f(3x+1) = 2x-1$ 을 만족할 때, 함수 $f(x)$ 를 구하면?

① $f(x) = \frac{x-1}{2}$

② $f(x) = \frac{3x+1}{2}$

③ $f(x) = \frac{x-2}{3}$

④ $f(x) = \frac{2x-5}{3}$

⑤ $f(x) = \frac{2x+3}{3}$

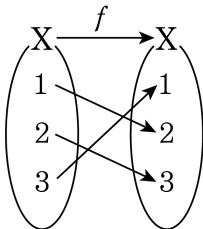
해설

$f(3x+1) = 2x-1$ 에서 $3x+1 = t$ 라고 놓으면 $x = \frac{t-1}{3}$ 이므로

$$\therefore f(t) = 2 \cdot \frac{t-1}{3} - 1 = \frac{2t-5}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{2x-5}{3}$$

3. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 다음과 같이 정의한다.



$f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)라 할 때, $f^{100}(1) - f^{200}(3)$ 의 값은?

① -2

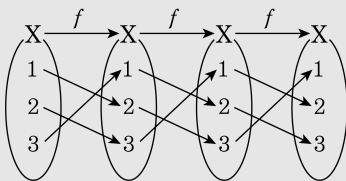
② 2

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설



위 그림과 같이 대응관계를 이용하여 합성함수의 값을 구하면

$$f^3(1) = f(f(f(1))) = f(f(2)) = f(3) = 1$$

같은 방법으로 $f^3(2) = 2, f^3(3) = 3$ 이다.

$\therefore f^3(x) = x$ 이므로

$$f^{100}(x) = (f^{3 \cdot 33} \circ f)(x) = f(x),$$

$$f^{200}(x) = (f^{3 \cdot 66} \circ f^2)(x) = f^2(x)$$

$$\therefore f^{100}(1) = f(1) = 2, f^{200}(3) = f^2(3) = f(f(3)) = f(1) = 2$$

$$\therefore f^{100}(1) - f^{200}(3) = 2 - 2 = 0$$

4. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $(f \circ g)(p)$ 의 값은 얼마인가? (단, 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

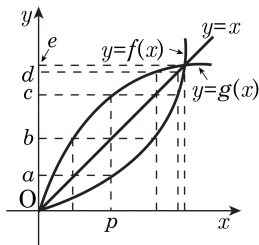
① a

② b

③ c

④ d

⑤ e



해설

주어진 그림에서 $g(p) = c, f(c) = b$

$\therefore (f \circ g)(p) = f(g(p)) = f(c) = b$

5. 함수 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = x^3$ 의 해의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{\frac{x}{x-1}}{x-1} - 1} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x-x+1}{x-1}} = x$$

$$\therefore x^3 = x, x^3 - x = 0, x(x-1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ or } 0 \text{ or } 1$$

그런데 $x \neq 1$ 이므로 $x = -1 \text{ or } 0$

$$\therefore -1 + 0 = -1$$

6. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
)으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

① $\frac{1}{20}$

② $\frac{1}{24}$

③ $\frac{1}{30}$

④ $\frac{1}{32}$

⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 이고}$$

$$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x) \text{ 이므로}$$

$$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1+x}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$$

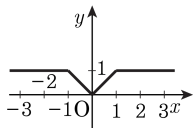
$\vdots$

$$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$$

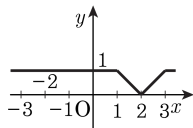
$$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{30}$$

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 가 각각 $f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$, $g(x) = x - 2$ 일 때, 합성함수 $f \circ g$ 의 그래프는 ?

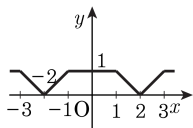
①



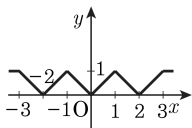
②



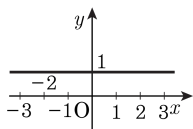
③



④



⑤



해설

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$$

$$g(x) = x - 2 \text{ 에서}$$

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & (|x - 2| \geq 1) \\ |x - 2| & (|x - 2| < 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \\ |x - 2| & (1 < x < 3) \end{cases}$$

