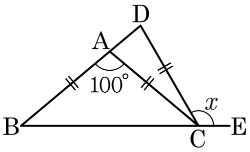
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$이고 $\angle BAC = 100°$일 때, $\angle DCE$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 120°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

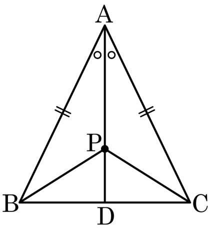
$\angle B = \angle ACB = \dfrac{1}{2}(180° - 100°) = 40°$이다.

$\overline{AC} = \overline{DC}$이므로

$\angle D = \angle CAD = 180° - 100° = 80°$이다.

따라서 $\angle DCE = \angle B + \angle D = 40° + 80° = 120°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자. $\overline{AD}$ 위의 한 점 P 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$　　② $\overline{AC} = \overline{BC}$

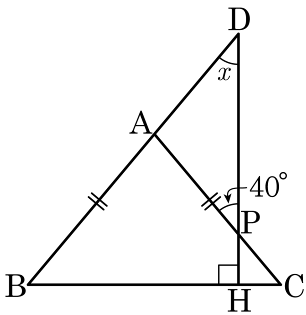
③ $\overline{BP} = \overline{BD}$　　④ $\overline{AP} = \overline{BP}$

⑤ $\triangle PDB \equiv \triangle PDC$

해설

⑤ $\overline{PD}$ 는 공통, $\angle PDB = \angle PDC = 90°$,
$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 SAS 합동이다.

3. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

$\triangle$PHC 에서 맞꼭지각의 성질에 의해 $\angle \mathrm{CPH} = 40°$

따라서 $\angle \mathrm{PHC} = \angle \mathrm{CPH} + \angle \mathrm{C}$ 이므로

$90° = 40° + \angle \mathrm{C}$

$\therefore \angle \mathrm{C} = 50°$

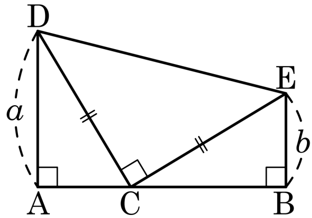
$\angle \mathrm{BAC} = \angle x + 40°$ 이고 $\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로 $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C} = 50°$

삼각형 내각의 합은 180° 이므로

$$\begin{aligned} 180° &= \angle \mathrm{BAC} + \angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{C} \\ &= (\angle x + 40°) + 2\angle \mathrm{C} \\ &= \angle x + 40° + 100° \\ &= \angle x + 140° \end{aligned}$$

$\therefore \angle x = 40°$

4. 다음 그림에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① $\angle ADC = \angle ECB$

② $\angle CDE = \angle CEB$

③ $\overline{AB} = \overline{EB} + \overline{DA}$

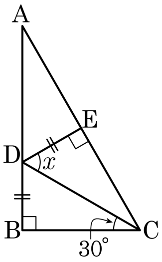
④ $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$

⑤ $\square ABED = \dfrac{1}{2}(a+b)^2$

해설

$\triangle ACD$ 에서 $\angle ADC + \angle ACD = 90°$
또한, $\angle DCE = 90°$ 이므로 $\angle ACD + \angle ECB = 90°$ $\therefore$ $\angle ADC = \angle ECB \cdots$ ㉠
$\triangle ACD$ 와 $\triangle BEC$ 에서 $\angle A = \angle B = 90° \cdots$ ㉡
$\overline{DC} = \overline{CE} \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle ACD \equiv \triangle BEC$ (RHA 합동)
즉, $\overline{AC} = \overline{EB}$, $\overline{CB} = \overline{DA}$ $\therefore$ $\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{DA} + \overline{EB} = a + b$
또, $\square ABED = \dfrac{1}{2}(a+b) \times \overline{AB} = \dfrac{1}{2}(a+b) \times (a+b) = \dfrac{1}{2}(a+b)^2$

5. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발이 E이고 $\overline{BD} = \overline{ED}$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

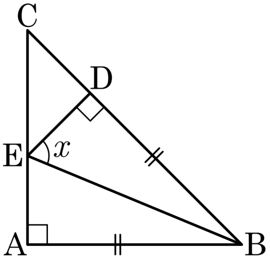
▷ 정답 : 60°

해설

$\triangle$CDB와 삼각형 $\triangle$CDE는 RHS 합동이다.

$\angle x = \angle \mathrm{CDB}$이므로 $\angle x = 60°$

6. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $60°$　② $62.5°$　③ $65°$　④ $67.5°$　⑤ $70°$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle B = 45°$

$\triangle BED \equiv \triangle BEA$(RHS합동) 이므로

$\angle BEA = \angle BED = \angle x$

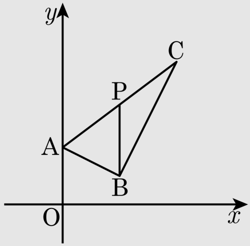
$\therefore \angle x = 135° \times \dfrac{1}{2} = 67.5°$

7. 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(0,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ 1)$, $\mathrm{C}(4,\ 5)$ 에 대하여 삼각형 ABC 의 내부에 있는 점 중 A, B, C 까지의 거리가 모두 같은 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



위의 그림과 같이 세 점 $\mathrm{A}(0,\ 2)$, $\mathrm{B}(2,\ 1)$, $\mathrm{C}(4,\ 5)$ 를 좌표평면 위에 나타내면

$$(\text{AB의 기울기}) = \frac{1-2}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

$$(\text{BC의 기울기}) = \frac{5-1}{4-2} = 2$$

즉 두 직선의 기울기의 곱이 -1 이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 $\angle\mathrm{B} = 90$ 인 직각삼각형이다.

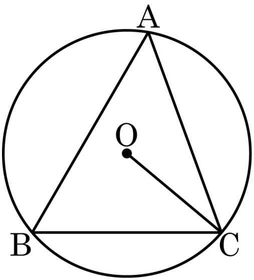
이때, 직각삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로

점 P 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이고 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$$\mathrm{P}\left(\frac{0+4}{2},\ \frac{2+5}{2}\right) = \mathrm{P}\left(2,\ \frac{7}{2}\right) = \mathrm{P}(a,\ b)$$

따라서 $a = 2$, $b = \dfrac{7}{2}$ 이므로 $ab = 7$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

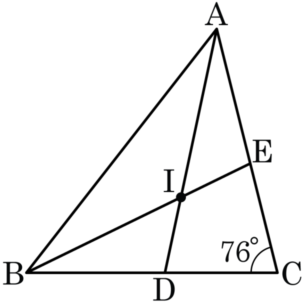
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,

$\angle BOC = 100°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \dfrac{1}{2}\angle BOC = 50°$

9. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

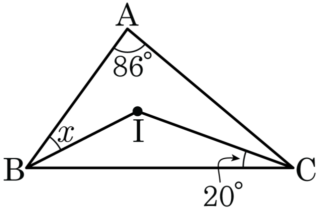
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

10. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$일 때, $\angle ABI =$ (　　　)°이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.

$\therefore \angle ABI = 27°$이다.

11. 둘레의 길이가 $18\mathrm{cm}$ 이고, 넓이가 $27\mathrm{cm}^2$ 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r\mathrm{cm}$ 이다. r의 값 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

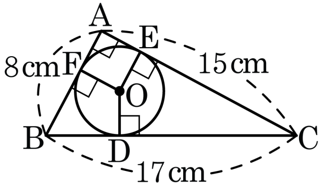
해설

삼각형 ABC , 내심을 I 라 하자.

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{ACI} \\ &= \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AB}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{BC}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AC}} \\ &= \frac{1}{2}r\times(\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}}) \\ &= \frac{1}{2}r\times 18 = 27\end{aligned}$$

$\therefore r = 3(\mathrm{cm})$

12. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E, F는 내접원과 세 변의 접점이다.
이때, 선분 AF의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

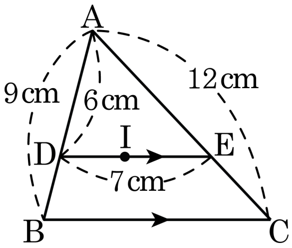
해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = x\text{cm}$ 라고 하면

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8 - x$, $\overline{CE} = \overline{CD} = 15 - x$

$\therefore 8 - x + 15 - x = 17, x = 3\,\text{cm}$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 라고 할 때, $\overline{AE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



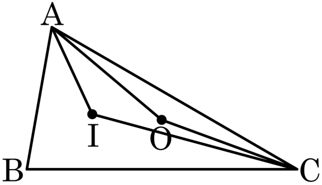
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
$\overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 12 = 21(\text{cm})$
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} = 6 + \overline{AE} + 7 = 21(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

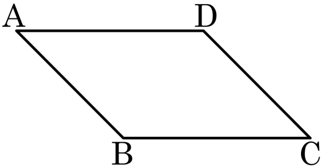
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.

15. 다음 □ABCD 에서 $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle C$ 를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ ^\circ}$

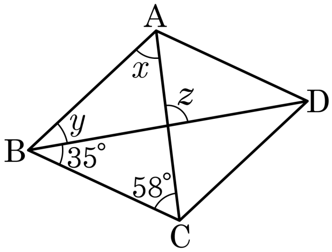
▷ 정답 : $\underline{45^\circ}$

해설

$\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 이므로 $4\angle A = 180^\circ$ 이다.

따라서 $\angle C = \angle A = 45^\circ$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DBC = 35°, \angle ACB = 58°$ 일 때, $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 크기는?



① 158° ② 162° ③ 168° ④ 174° ⑤ 180°

해설

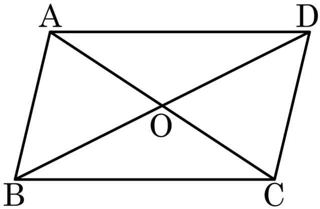
$\angle x + \angle y + 35° + 58° = 180°$

$\angle x + \angle y = 87°$

$\angle z = \angle x + \angle y$

$\therefore \angle x + \angle y + \angle z = 87° + 87° = 174°$

17. 다음은 □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 알맞지 <u>않은</u> 것을 골라라.



가정 : □ ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

결론 : $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

증명 : △ABO 와 △CDO 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로

∠BAO=(㉠∠DCO) (엇각)

∠ABO = ∠CDO (엇각)

$\overline{AB}$ =(㉡$\overline{CD}$)

∴ △ABO ≡ △CDO (㉢$\overline{SSS}$ 합동)

∴ $\overline{AO}$ = (㉣$\overline{CO}$), (㉤$\overline{BO} = \overline{DO}$)

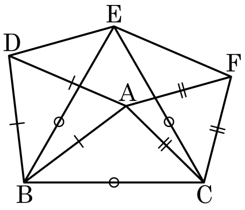
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 같은 삼각형은 ASA 합동이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ADB$, $\triangle BCE$, $\triangle ACF$ 는 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\square AFED$ 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ 이므로

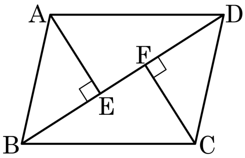
$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{EF}$

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ 이므로

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{DE}$

따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 사각형 AFED 는 평행사변형이다.

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF},\ \overline{AF}//\overline{CE}$

② $\overline{AE}=\overline{CF},\ \overline{AF}=\overline{CE}$

③ $\overline{AE}=\overline{CF},\ \overline{AE}//\overline{CF}$

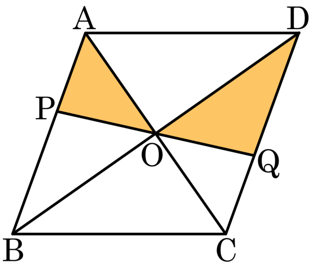
④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF},\ \overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF},\ \overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

20. 넓이가 $80\,\text{cm}^2$ 인 다음 평행사변형 ABCD 에서 어두운 부분의 넓이는?



① $8\,\text{cm}^2$ ② $12\,\text{cm}^2$ ③ $15\,\text{cm}^2$

④ $18\,\text{cm}^2$ ⑤ $20\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)

$\triangle APO + \triangle DQO = \triangle OCD$

$\triangle OCD = \dfrac{1}{4}\square ABCD = \dfrac{1}{4} \times 80 = 20(\text{cm}^2)$