1. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?

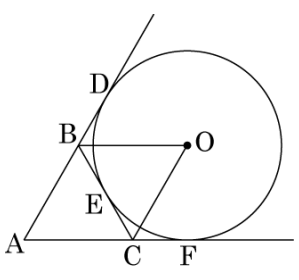
① $\sqrt{41}$ ② 3.2 ③ $\sqrt{34}$ ④ 3 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$\overline{ON} = \overline{OM}$, $x = \overline{OB}$

$\triangle OMB$ 에서 $\overline{OB} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$

2. 다음 그림에서 $\overline{AD}, \overline{AF}, \overline{BC}$는 원 O와 각각 점 D, E, F에서 접한다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{BC}$　　㉡ $\overline{BD} = \overline{BE}$

㉢ $\overline{AD} = \overline{AF}$　　㉣ $\overline{BC} = \overline{BO}$

▶ 답 :

▶ 답 :

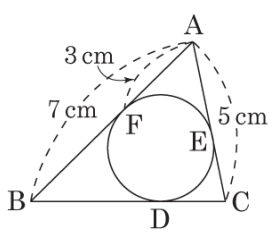
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉡ $\overline{BD}, \overline{BE}$가 접선이므로 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이다.
㉢ $\overline{AD}, \overline{AF}$가 접선이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 △ABC 의 내접원의 세 접점이고, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AF} = 3\,\text{cm}$ 때, 변 BC 의 길이를 구하여라.



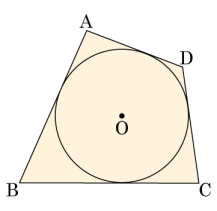
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BF} = 7 - 3 = 4\ (\text{cm})$
$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2\ (\text{cm})$
$\therefore\ \overline{BC} = 4 + 2 = 6\ (\text{cm})$

4. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 원 O 의 외접다각형이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{CD} = 8$ 일 때, $\overline{AD} + \overline{BC}$ 의 길이는?

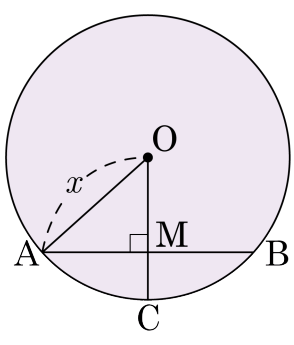


① 12 ② 15 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD} + \overline{BC} &= \overline{AB} + \overline{CD} \\ &= 12 + 8 \\ &= 20\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{MB} = 6$, $\overline{MC} = 4$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



① $13\sqrt{3}$ ② $13\sqrt{2}$ ③ 13 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

해설

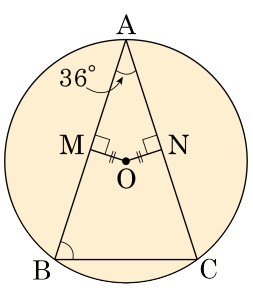
$\overline{OA} = \overline{OC}$ 를 x 라 두면 $\overline{OM} = x - 4$ 로 둘 수 있다.

$x^2 = (x-4)^2 + 6^2$

$x^2 = x^2 - 8x + 16 + 36$

$8x = 52 \quad \therefore x = \frac{13}{2}$

6. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle A = 36°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하면?



① $72°$ ② $73°$ ③ $74°$ ④ $75°$ ⑤ $76°$

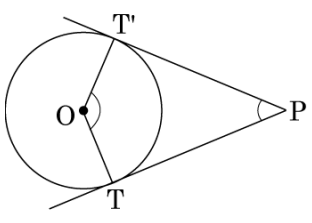
해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$

$\angle B = \dfrac{180° - 36°}{2} = 72°$

7. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P 에서 원 O 에 접선 $\overline{PT}$, = $\overline{PT'}$ 을 그었을 때, $\angle TOT' + \angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



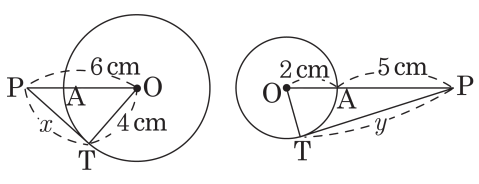
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 180 °

해설

접선의 성질에 의해 $\angle PT'O = \angle PTO = 90°$
사각형 PT′OT 의 내각의 합은 360° 이다.
$\therefore \angle T'OT + \angle T'PT = 180°$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선일 때, xy 의 값은?

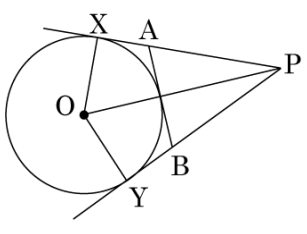


① 30 ② 32 ③ 40 ④ 46 ⑤ 52

해설

$\angle T = 90°$ 이므로
$x = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$
$\angle T = 90°$ 이므로
$y = \sqrt{7^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$
$\therefore xy = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 30$

9. 다음 그림에서 $\overline{PX} = 10\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 8\,\text{cm}$, $\overline{PB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



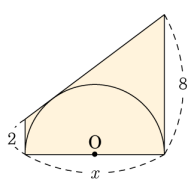
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{AX} + \overline{BY} = 10 - 8$
$\overline{AX} = \overline{PX} - \overline{PA} = 2(\text{cm})$
$\overline{BY} = \overline{PY} - \overline{PB} = 3(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB} = \overline{AX} + \overline{BY} = 2 + 3 = 5(\text{cm})$

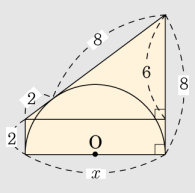
10. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

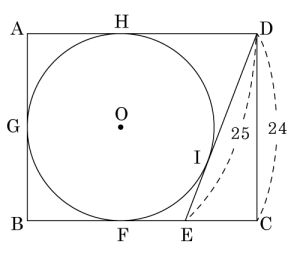
▷ 정답: 8

해설



$10^2 = x^2 + 6^2,\ x = 8$

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DE}$ 가 원의 접선이고, $\overline{DE} = 25$, $\overline{DC} = 24$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\overline{DE} = 25$ 이므로 $\overline{CE} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$

$\overline{BE} = x$ 라 하면

$\overline{AD} = x + 7$

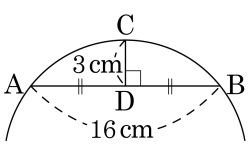
외접사각형의 성질에 의해

$\overline{AB} + \overline{DE} = \overline{BE} + \overline{DA}$

$24 + 25 = x + x + 7$

$x = 21$

12. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 16$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{73}{6}$

해설

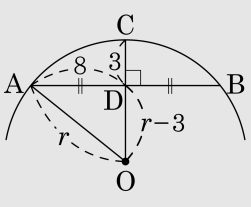
반지름의 길이를 r라 하면

$r^2 = (r-3)^2 + 8^2$

$r^2 = r^2 - 6r + 9 + 64$

$6r = 73$

$\therefore r = \frac{73}{6}$



13. 다음 그림과 같이 원 밖의 점 P 에서 원에 그은 접선에 대한 접점을 T, T′ 이라 할 때, 부채꼴 TOT′ 의 넓이를 구하면?

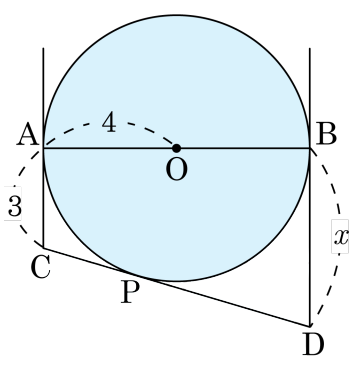
① $\frac{25}{3}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{50}{3}\pi\text{cm}^2$

해설

$\angle\text{TOT}' = 180° - 60° = 120°$

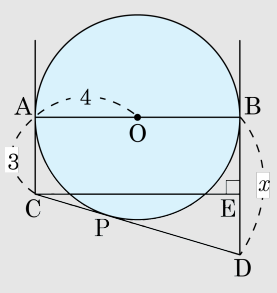
$\therefore \pi \times 5^2 \times \frac{120°}{360°} = \frac{25}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 세 점 A, B, P 는 원 O 의 접점이다. 이 때, x 값은?



① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{19}{3}$

해설



그림과 같이 $\overline{CE} \perp \overline{BD}$ 인 점 E 를 잡으면

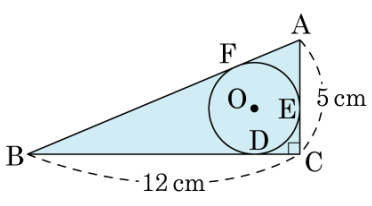
$\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{DE}^2$

$(x+3)^2 = 8^2 + (x-3)^2$

$12x = 64$

$\therefore x = \frac{16}{3}$

15. 다음 그림에서 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이다. $\overline{BC}$ = 12cm, $\overline{AC}$ = 5cm 이고 $\angle C$ = 90° 일 때, 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 0.5cm ② 1cm ③ 1.5cm

④ 2cm ⑤ 2.5cm

해설

□ODCE 는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$\overline{AE} = \overline{AF} = 5 - x$

$\overline{BD} = \overline{BF} = 12 - x$

$\therefore \overline{AB} = 17 - 2x \cdots ①$

△ABC 에서 $\overline{AB^2} = \overline{BC^2} + \overline{CA^2}$

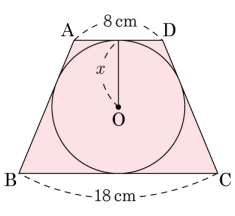
$\overline{AB^2} = 12^2 + 5^2 = 169$

$\therefore \overline{AB} = 13 (\because \overline{AB} > 0) \cdots ②$

①, ②에 의해 $13 = 17 - 2x$

$\therefore x = 2$

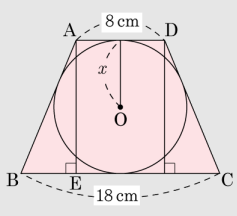
16. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26(\text{cm})$
□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
$\overline{BE} = 5(\text{cm})$ $\therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$
$\therefore x = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$

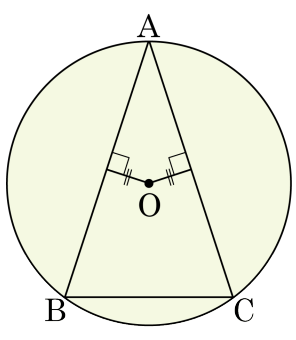
17. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD}$ = 6 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.
△AOD에서
$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$
$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$

18. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 10\pi$, $\angle\text{BAC} = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}}$ 의 길이는?



① 15π ② 18π ③ 22π ④ 25π ⑤ 30π

해설

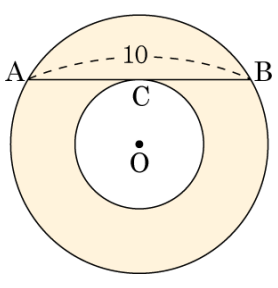
원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.
$\angle\text{A} = 30^\circ$ 이므로 $\angle\text{ABC} = 75^\circ$
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = \angle\text{BAC} : \angle\text{ABC}$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 30^\circ : 75^\circ$$

$\therefore 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 25\pi$

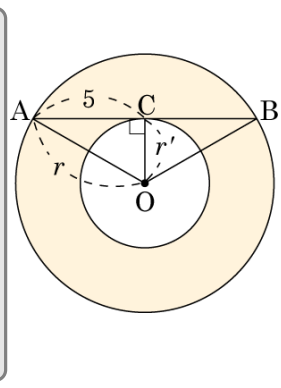
19. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



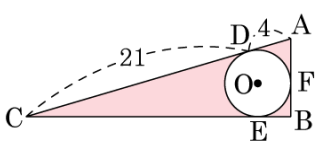
① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설

큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 r'이라고 하자.
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$
직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$
(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$



20. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $64-\frac{9}{4}\pi$ ② $72-4\pi$ ③ $84-9\pi$
④ $90-\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $100-25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=4$ 이므로 $\overline{AB}=4+x$,
$\overline{CE}=\overline{CD}=21$ 이므로 $\overline{BC}=21+x$
$(4+x)^2+(x+21)^2=25^2$
$\therefore\ x=3$
따라서, $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=24$
그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 24\times 7-\pi(3)^2=84-9\pi$