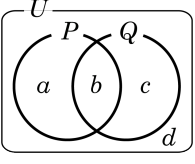


1. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$ P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

2. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

3. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

4. 명제 ‘ $-1 < x < 2$ 이면 $a-2 < x < a+2$ 이다.’가 참일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 1$

② $0 \leq a \leq 1$

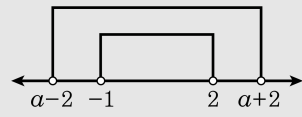
③ $a < 0$

④ $a \geq 1$

⑤ $a < 0$ 또는 $a > 1$

해설

명제 ‘ $-1 < x < 2$ 이면 $a-2 < x < a+2$ 이다.’가 참이 되려면 $\{x \mid -1 < x < 2\} \subset \{x \mid a-2 < x < a+2\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서 $a-2 \leq -1, a+2 \geq 2$



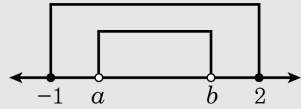
$\therefore 0 \leq a \leq 1$

5. 명제 ‘ $a < x < b$ 이면 $-1 \leq x \leq 2$ 이다.’가 항상 참일 때, a 의 최솟값과 b 의 최댓값의 합은? (단, $a < b$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

명제 ‘ $a < x < b$ 이면 $-1 \leq x \leq 2$ 이다.’가 참이 되려면
 $\{x \mid a < x < b\} \subset \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서
 $-1 \leq a < 2, -1 < b \leq 2$

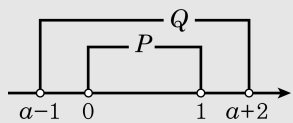


따라서, a 의 최솟값과 b 의 최댓값의 합은 $(-1) + 2 = 1$

6. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < a < 1$ ② $-1 < a < 0$ ③ $-1 < a < 1$
 ④ $-1 < a \leq 1$ ⑤ $0 < a \leq 2$

해설



$p : 0 < x \leq 1$, $q : a - 1 < x < a + 2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a - 1 \leq 0$, $a + 2 > 1$

$a \leq 1$, $a > -1$

$\therefore -1 < a \leq 1$

7. 세 조건 a, b, c 를 만족하는 값들의 집합을 각각 A, B, C 라고 할 때, $A = \{2p\}, B = \{p^2 + 1, 4\}, C = \{4, 2p + 1\}$ 이다. a 가 b 이기위한 충분조건이고, b 는 c 이기위한 필요충분조건일 때, p 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$a \Rightarrow b$ 이므로
 $2p = p^2 + 1$ 또는 $2p = 4$
 $b \Leftarrow c$ 이므로 $2p + 1 = p^2 + 1$
 $\therefore p^2 - 2p = 0$
따라서 $p = 0$ 또는 $p = 2$
 $p = 0$ 이면 $2 \times 0 \neq 0 + 1$ 이고 $2 \times 0 \neq 4$ 이므로
 $p = 2$

8. $x^2 - ax - b \neq 0$ 은 $x - 1 \neq 0$ 이기 위한 충분조건일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

‘ $x^2 - ax - b \neq 0$ 이면 $x - 1 \neq 0$ 이다’가 참이어야 하므로 그 대우명제 ‘ $x - 1 = 0$ 이면 $x^2 - ax - b = 0$ 이다.’ 도 참이어야 한다.

$$1^2 - a \cdot 1 - b = 0$$

$$\therefore a + b = 1$$

9. 두 조건 $p(x) : |x - a| \leq 1$, $q(x) : -1 < x < 2, 3 \leq x \leq 5$ 에 대하여 $p(x)$ 가 $q(x)$ 이기 위한 충분조건일 때, 정수 a 의 개수는?

- ① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

두 조건 $p(x)$, $q(x)$ 의 진리집합을 각각 P, Q라 하면 $P = \{x | a - 1 \leq x \leq a + 1\}$, $Q = \{x | -1 < x < 2, 3 \leq x \leq 5\}$ $p(x)$ 가 $q(x)$ 이기 위한 충분조건이면 $P \subset Q$ 이어야 하므로

(i) $-1 < a - 1$ 이고 $a + 1 < 2$,

즉 $0 < a < 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

(ii) $3 \leq a - 1$ 이고 $a + 1 \leq 5$, 즉 $a = 4 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 에서 정수 a 는 4뿐이므로 1개이다.

10. 우리 학교에서 다음 두 명제는 참이다.

- ㉠

우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석한다.
- ㉡

우리학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않는다.

이 때, 다음 명제 중 참인 것은?

- ①

어떤 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.
- ②

우리학교 학생들은 모두 동아리 회원이다.
- ③

동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.
- ④

우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이 아니다.
- ⑤

우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이다

해설

①, ②, ③은 직관적으로 판단해도 거짓이다. 우리 학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않았고, 모든 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석하였다고 하였으므로 우리학교 학생 중에는 동아리 회원이 아닌 학생이 있음을 알 수 있다.따라서 ④는 참이다. 한편 동아리 회원이 한 명도 없는 경우도 주어진 두 조건 ㉠, ㉡를 만족하므로 ⑤번은 거짓이 된다.
∴ 답 ④

11. 우성, 동건, 정재는 전교 3등 안에 드는 학생들이다.

- ㉠ 우성: 나는 전교 1등이 아니야

㉡ 동건: 나는 2등이 아니야.

㉢ 정재: 나는 2등이야.

위의 주장 중 하나만 참이라 할 때, 전교1, 2, 3등을 차례대로 적으면?

- ① 동건, 정재, 우성

② 정재, 동건, 우성

③ 우성, 동건, 정재

④ 정재, 우성, 동건

⑤ 동건, 우성, 정재

해설

우성의 주장이 참이라고 가정하면, 동건이와 정재의 주장은 거짓이 된다.

따라서, 우성-전교 1등이 아님, 동건-전교 2등, 정재-전교 2등이 아니다.

이상에서 우성은 전교 1등이 아닌데, 동건이가 2등이므로 당연히 3등이 되고, 남은 정재가 전교 1등이 된다. 즉, 모순이 없으므로 정재, 동건, 우성이 각각 1, 2, 3 등이다.(동건의 주장이 참이라면 우성, 정재가 거짓이 되는데, 이 경우 정재가 2등이 되어 참을 말한 것이 되므로 모순이다. 또한, 정재가 참이라면 우성, 동건이 거짓이 되어야 하는데, 동건이가 참을 말한 결과가 되므로 모순이다.)

12. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

13. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.(단, a, b 는 실수)

(i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수
(ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수

▶ 답: 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

14. 다음 중 조건 p 가 조건 q 의 필요조건인 것은 ? (단, x, y, z 는 모두 실수)

① $p : x > 0, y > 0, \quad q : x + y > 0, xy > 0$

② $p : x < 1, \quad q : 0 < x < 1$

③ $p : x < 0, \quad q : x + |x| = 0$

④ $p : x > y, \quad q : xz > yz$

⑤ $p : x \geq 1$ 이고 $y \geq 1, \quad q : x + y \geq 2$

해설

① $p \rightarrow q, q \rightarrow p$

② $p \nrightarrow q, q \rightarrow p$ (반례 : $x = -1$)

③ $p \rightarrow q, q \nrightarrow p$ (반례 : $x = 0$)

④ $z > 0$ 일 때, $z > 0$ 일 때, $p \rightarrow q, q \rightarrow p$ $z \leq 0$ 일 때, $p \nrightarrow q, q \nrightarrow p$

⑤ $p \rightarrow q, q \nrightarrow p$

15. x, y 가 실수일 때 세 명제 $p : xy = 0, q : |x| + |y| = 0, r : x + y = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① p 는 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
 - ② p 는 r 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아니다.
 - ③ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 - ④ q 는 p 이기 위한 필요조건이다.
 - ⑤ q 는 r 이기 위한 충분조건이다.

해설

$p : xy = 0 \rightarrow x = 0$ 또는 $y = 0$
 $q : |x| + |y| = 0 \rightarrow x = 0$ 그리고 $y = 0$
 $r : x + y = 0 \rightarrow x = -y$
 $\therefore q \rightarrow p$ { p 는 q 이기 위한 필요조건 }
 q 는 p 이기 위한 충분조건
 $q \rightarrow r$ { p 는 r 이기 위한 필요조건 }
 r 은 p 이기 위한 충분조건