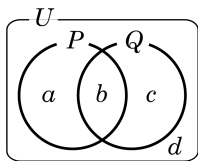


1. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$
 P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

2. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

3. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으려면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

4. 명제 ' $|x - 3| < a$ 이면 $1 < x < 7$ 이다.'가 참이 되기 위한 양수 a 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$-a < x - 3 < a \Rightarrow 3 - a < x < 3 + a$$

$$\{x | 3 - a < x < 3 + a\} \subset \{x | 1 < x < 7\}$$

$\therefore 1 \leq 3 - a$ 과 $3 + a \leq 7$ 을 동시에 만족해야 한다.

$$\therefore a \leq 2$$

5. 명제 ‘ $-1 < x < 2$ 이면 $a - 2 < x < a + 2$ 이다.’가 참일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 1$

② $0 \leq a \leq 1$

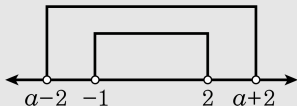
③ $a < 0$

④ $a \geq 1$

⑤ $a < 0$ 또는 $a > 1$

해설

명제 ‘ $-1 < x < 2$ 이면 $a - 2 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되려면 $\{x \mid -1 < x < 2\} \subset \{x \mid a - 2 < x < a + 2\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서 $a - 2 \leq -1, a + 2 \geq 2$



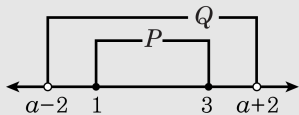
$\therefore 0 \leq a \leq 1$

6. 두 조건 $p : 1 \leq x \leq 3$, $q : |x - a| < 2$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참이 되도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 < a < 3$ ② $1 \leq a < 3$ ③ $1 < a \leq 3$
④ $1 \leq a \leq 3$ ⑤ $2 < a \leq 3$

해설

$$p \rightarrow q \Rightarrow P \subset Q, |x - a| < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$



$$\therefore a - 2 < 1 \text{ 그리고 } 3 < a + 2$$

$$\therefore 1 < a < 3$$

7. 다음 두 조건 $p : a - 1 < x \leq 10$, $q : -5 < x \leq 2 - a$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 a 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① -9

② -8

③ -7

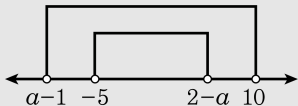
④ -6

⑤ -5

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건이 되기 위해서는

$\{x \mid -5 < x \leq 2 - a\} \subset \{x \mid a - 1 < x \leq 10\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서



$$a - 1 \leq -5, 2 - a \leq 10$$

$$\therefore -8 \leq a \leq -4$$

8. $x \geq a$ 가 $x^2 - 4 < 0$ 의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$ 가 $-2 < x < 2$ 의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2 이다.

9. $x^2 - ax + 6 \neq 0$ 이 $x - 2 \neq 0$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

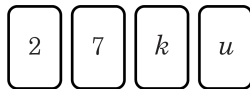
$$p \rightarrow q \text{ (T)} \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p \text{ (T)}$$

즉, 주어진 명제가 참이면 그 대우도 참

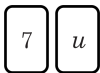
$$\text{대우 : } x = 2 \Rightarrow x^2 - ax + 6 = 0 \text{ (T)}$$

$$\therefore a = 5$$

10. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



①



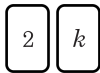
②



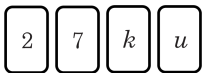
③



④



⑤



해설

주어진 규칙의 대우는 ‘한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.’이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.

11. 선영, 나영, 해영은 세 자매이다. 세 사람은 자신들을 소개하는 자리에서 다음과 같이 말하였다.

선영 : 나는 둘째이다.

나영 : 나는 둘째가 아니다.

해영 : 나는 셋째가 아니다.

위의 세 명의 말 중 하나만 참일 때, 첫째, 둘째, 셋째를 차례로 나타낸 것은?

① 선영, 해영, 나영

② 해영, 나영, 선영

③ 해영, 선영, 나영

④ 나영, 해영, 선영

⑤ 나영, 선영, 해영

해설

선영이의 말이 진실이라고 가정하면 둘째가 둘이 되므로 모순
나영이의 말이 진실이라고 가정하면 둘째가 없으므로 모순
해영이의 말이 진실이라고 가정하면 해영은 셋째가 아닌데 나영이가 둘째이므로 해영이가 첫째 선영이는 둘째가 아니므로 선영이가 셋째가 되어 모순이 없다.

∴ 해영이가 진실을 말하고 있으며, 해영이가 첫째, 나영이는 둘째, 선영이는 셋째이다.

12. 어떤 건물에 불이 나서 경찰이 조사하였더니 누군가 방화한 것이고, ‘방화범은 반드시 건물 안에 있었다.’라는 사실을 알아내었으며 불이 난 시간에 건물 안에 있었던 용의자를 잡아 범인으로 단정하였다. 이러한 단정은 반드시 옳은가? 또, 그 근거를 논리적으로 옳게 설명한 것은?

- ① 그렇다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $\sim q \rightarrow p$ 도 반드시 참이다.
- ② 그렇다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이라 하여 $q \rightarrow p$ 가 반드시 참이 되는 것은 아니다.
- ③ 아니다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 반드시 참이다.
- ④ 아니다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이라 하여 $q \rightarrow p$ 가 반드시 참이 되는 것은 아니다.
- ⑤ 아니다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 반드시 참이다.

해설

‘방화범은 반드시 건물 안에 있었다.’가 참이라고 해서 ‘건물 안에 있었던 사람이 방화범이다.’도 참이라고 할 수는 없다. 즉, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이라 하여 그 역인 $q \rightarrow p$ 가 반드시 참인 것은 아니다.

13. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라. (단, a, b 는 실수)

(i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수

(ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

14. 다음 보기의 안에 알맞은 것을 차례로 적으면?

보기

㉠ 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위한 조건이다.

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 조건이다.

① 충분, 필요

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

㉠ $A \cup C = B \cup C$ $A = B$ <반례> $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$

$\therefore$ 필요조건

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y$
 $x = y = 0$

$\therefore$ 필요조건 [반례] $x = 1, y = 1$

15. 다음 명제 중 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것은? (a, b, x, y 는 실수)

① $p : a > 3, q : a^2 > 9$

② $p : x$ 는 3 의 배수, $q : x$ 는 6 의 배수

③ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$

⑤ $p : a < b, q : |a| < |b|$

해설

$q \Rightarrow p$ 즉 $Q \subset P$ 인 것을 고른다.

② $q : x$ 는 6 의 배수 $\Rightarrow p : x$ 는 3 의 배수 (참)