1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① $4x+1<-x-2$

② x가 소수이면 x는 홀수이다.

③ $x=-1$이면 $x+4=3$이다.

④ 2의 배수는 4의 배수이다.

⑤ $xy=0$이면 $x=0$ 또는 $y=0$이다.

해설

명제는 참과 거짓을 명확하게 판단할 수 있는 문장이나 식이다.
②, ④는 거짓 명제이고, ③, ⑤는 참인 명제이다.
① 은 x의 값에 따라서 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

② $x > 3$이면 $x > 5$ 이다.

③ $a = b$이면 $a^3 = b^3$ 이다.

④ x가 4의 배수이면 x는 2의 배수이다.

⑤ $(x-3)(y-5) = 0$이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$이다.

해설

반례 : $x = 4$

3. 전체집합 U 에서 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $\sim p \to q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $U \neq \varnothing$)

① $P^c \subset Q$ ② $P \cap Q = \varnothing$ ③ $P^c \cap Q^c = \varnothing$

④ $P \cap Q^c = Q^c$ ⑤ $P \cup Q = U$

해설

$\sim p \to q$를 확인하기 위해 대우의 참, 거짓을 판별하거나 포함 관계를 본다.
$P^c \subset Q$ 이려면 $(P \cup Q)^c = \varnothing$ 이어야 한다.
$\therefore P \cup Q = U, P^c \cap Q^c = \varnothing$
$P \cap Q = \varnothing$ 는 알 수 없다.

4. 다음 중 명제 '$x+y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x=1,\ y=\frac{1}{2}$ ② $x=100,\ y=\frac{1}{2}$

③ $x=1,\ y=1$ ④ $x=2,\ y=4$

⑤ $x=-1,\ y=-5$

해설

$x+y \geq 2,\ xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x=100, y=\frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

5. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.

② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.

③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.

④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.

⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

해설

명제 '$p \rightarrow q$'의 대우는 '$\sim q \rightarrow \sim p$' 이다.
p : 소풍가지 않는다. q : 비가 온다.
따라서 $\sim q \rightarrow \sim p$: 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

6. $x-1=0$이 $2x^2+ax-1=0$이기 위한 충분조건일 때 상수 a의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$x-1=0$이면 $2x^2+ax-1=0$이 참이므로

$x=1$을 대입하면 $2+a-1=0$

$\therefore a=-1$

7. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$ 인 것은 $A \subset B$ 이기 위한 [ ] 조건이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 필요충분

해설

$A \cap B = A$ 인 것이 곧, $A \subset B$ 을 의미하므로 명제와 역 모두 참이 되는 필요충분조건이다.

8. 전체집합이 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 조건 '$x^2 - 6x + 8 = 0$' 의 진리집합은 $\{2,\ 3\}$ 이다.

② 조건 'x 는 소수이다.' 의 진리집합은 $\{1,\ 3,\ 5\}$ 이다.

③ 조건 'x 는 4 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 2,\ 4\}$ 이다.

④ 조건 '$0 \le x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.' 의 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 3\}$ 이다.

⑤ 조건 'x 는 6 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 3\}$ 이다.

해설

① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$, 따라서, 진리집합은 $\{2,\ 4\}$

② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2,\ 3,\ 5\}$

③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 4\}$

④ $x = 0,\ 1,\ 2,\ 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0,\ 1,\ 3\}$

⑤ 전체집합이 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

9. 다음 중 '모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.'의 부정인 명제를 고르면?

① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.

② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.

③ 모든 평화고등하교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.

④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.

⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) ⇒ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

10. 다음 중에서 명제 '자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.'가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30　② 33　③ 40

④ 42　⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

11. 다음 중 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z는 모두 실수)

① $p : a < b$, $q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5$, $q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3$, $q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0$, $q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz$, $q : x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.
① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.
② p, q를 만족하는 값이 모두 $x = 1$이므로 필요충분조건이다.
③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore$ p는 q이기 위한 충분조건이다.
⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.
$\therefore$ p는 q이기 위한 필요조건이다.

12. 명제 p, q, r에 대하여 p는 q이기 위한 필요조건, r은 q이기 위한 충분조건일 때, p는 r이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요 ② 충분

③ 필요충분 ④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q에 따라 다르다.

해설

p는 q이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$가 성립하고 r은 q이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$이다.
그러나 $p \Rightarrow r$인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$이므로 p는 r이기 위한 필요조건이다.

13. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은?

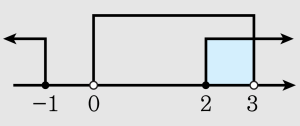
① $0 < x < 2$　　② $-1 < x < 3$

③ $x \le -1$ 또는 $x > 0$　　④ $-1 \le x < 3$

⑤ $2 \le x < 3$

해설

'$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 'p이고 $\sim q$' 이므로
$p : 0 < x < 3, \sim q : x \le -1$ 또는 $x \ge 2$ 에서



따라서, '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 $2 \le x < 3$ 이다.

14. 두 조건 $p : |x-2| \le h$, $q : |x+1| \le 7$에 대하여 'p이면 q이다.'가 참이 되도록 하는 h의 최댓값을 구하여라. (단, $h \ge 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$p : 2-h \le x \le 2+h$

$q : -8 \le x \le 6$

$-h+2 \ge -8 \leftrightarrow h \le 10,\ h+2 \le 6 \leftrightarrow h \le 4$

$\therefore h \le 4$

$\therefore n$의 최댓값은 4

15. $p \to q$ 와 $q \to \sim r$ 가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $p \to \sim r$　② $\sim q \to \sim p$　③ $r \to \sim q$

④ $\sim p \to r$　⑤ $r \to \sim p$

해설

$p \to q$ 가 참이고 $q \to \sim r$ 가 참이므로 삼단논법에 의하여 $p \to \sim r$ (①) 이 참이고, 대우 $r \to \sim p$ (⑤) 도 참이다.
또, 각각의 대우 $\sim q \to \sim p$ (②), $\sim r \to \sim q$ (③) 가 모두 참이다.

16. 「a, b가 정수일 때, ab 가 짝수이면 a 또는 b는 짝수이다.」라는 명제를 다음과 같이 증명하려고 한다.

> 주어진 명제의 대우를 쓰면「a, b가 정수일 때, a, b가 모두 홀수이면 ab도 홀수이다.와 같다. 여기서 a, b 를 $a=2k+1$, $b=2l+1$ (단,k, l 은 정수) 로 놓으면 $ab=(2k+1)(2l+1)=4kl+2k+2l+1=2(2kl+k+l)+1$ k, l 은 정수이므로 $2kl+k+l$ 도 (㉠)이다. 그러므로 ab 는 (㉡)이다.
> 따라서, 주어진 명제의 대우가 (㉢)이므로 주어진 명제도 (㉣)이다.

이 때, ( )안에 알맞은 것을 ㉠, ㉡, ㉢ 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① 짝수, 정수, 참
② 홀수, 홀수, 거짓
③ 정수, 홀수, 참
④ 홀수, 짝수, 거짓
⑤ 정수, 짝수, 참

해설

k, l이 정수일 때, $2kl+k+l$도 정수이다.
따라서, $ab=2(2kl+k+l)+1$은 홀수가 된다.
대우가 참이면 주어진 명제는 항상 참이다.

17. 다음 중 p 는 q 이기 위한 충분조건인 것은? (단, a, b, c 는 실수)

① $p : ab = 0,\ q : a + b = 0$

② $p : ac = bc,\ q : a = b$

③ $p :$ $\triangle$ABC 는 이등변삼각형, $q :$ $\angle B = \angle C$

④ $p : a > -1,\ q : a > 2$

⑤ $p : a > 0, b < 0,\ q : a - b > 0$

해설

① 아무 조건이 아니다.
② $q \to p$ (p 는 q 이기 위한 필요조건)
③ $q \to p$ (p 는 q 이기 위한 필요조건)
④ $q \to p$ (p 는 q 이기 위한 필요조건)
⑤ $p \to q$ (p 는 q 이기 위한 충분조건)

18. 다음 두 조건 $p : 2 \le x \le 5$, $q : x \ge a$ 에 대하여 p 는 q이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 각각의 진리집합을 P, Q 라 할 때, $P \subset Q$ 이 성립해야 한다. 따라서 $2 \le x \le 5$ 를 만족하는 영역은 $x \ge a$를 만족하는 영역에 포함되어야 함으로 $a \le 2$
따라서 a의 최댓값은 2

19. $x \le -2$ 또는 $0 < x \le 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \le a$ 이고, 충분조건이 $x \le b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여$\{x \mid x \le b\} \subset \{x \mid x \le -2$ 또는 $0 < x \le 3\} \subset \{x \mid x \le a\}$ 가 되어야 하므로

$\therefore a \ge 3,\ b \le -2$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2이다.

$\therefore\ m + M = 3 + (-2) = 1$

20. $p : -1 \le x \le 1$ 또는 $x \ge 3$, $q : x \ge a$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
q 는 p 이기 위한 필요조건이므로 $P \subset Q$ 이다.
$\therefore a \le -1$
따라서 a 의 최댓값은 -1 이다.

21. 두 조건 $p : -5 \le x < 6$, $q : 2a - 3 < x \le a + 2$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : $a = 5$ 개

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면
$P = \{x \mid -5 \le x < 6\}$,
$Q = \{x \mid 2a - 3 < x \le a + 2\}$
이때, p 가 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$
$\therefore\ Q \subset P$
따라서, 다음 수직선에서

$2a - 3 \ge -5$ 이고 $a + 2 < 6$
$2a \ge -2$ 이고 $a < 4$
$\therefore\ -1 \le a < 4$
따라서, 정수 a 는 -1, 0, 1, 2, 3 의 5 개이다.

22. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$

q 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow q$

q 는 s 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow s$

r 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow r$

$s \Rightarrow r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 에서 $s \Rightarrow p$

그러나 $p \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는 s 이기 위한 필요조건이다.

23. 두 조건 p, q가 $p : |x| < a$, $q : |x-1| \geq 3$과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참일 때, 양수 a의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 4$　② $a > 4$　③ $a \geq 4$

④ $a > 2$　⑤ $2 \leq a \leq 4$

해설

$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$

$P = \{x | -a < x < a\}$

$Q = \{x | x \leq -2$ 또는 $x \geq 4\}$

$Q^c = \{x | -2 < x < 4\}$

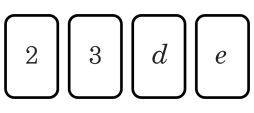
$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2$, $a \geq 4$

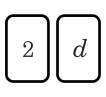
$\therefore a \geq 4$

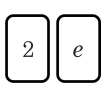
24. 한 쪽 면에는 영문자, 다른 쪽 면에는 숫자가 적혀있는 카드가 다음 규칙을 만족한다.

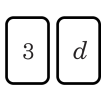
> 카드의 한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.

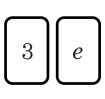
탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4 장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 확인해야 할 필요가 있는 것은?

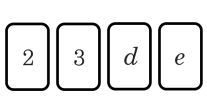


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

(모음 → 짝수) ↔ (홀수 → 자음) 이므로 모음인 면을 뒤집어 짝수가 있음을 확인하고 홀수인 면을 뒤집어 자음이 있음을 확인하면 된다. 자음인 면의 뒤에는 어떤 수가 와도 좋고 짝수인 면의 뒤에는 모음, 자음이 모두 가능하다. 따라서 모음이 쓰여진 카드

, 홀수가 쓰여진 카드

의 다른 쪽 면을 확인해야 한다.

25. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이나 충분조건은 아닌 것을 고르면?
(단, n 은 자연수, x, y, z 는 실수)

① $p : A \cup B = A,\ q : B - A = \phi$

② $p : n^2$ 은 12 의 배수이다., $q : n$ 은 12 의 배수이다.

③ $p : xyz \neq 0,\ q : x,\ y,\ z$ 는 모두 0 이 아니다.

④ $p : x^2 + y^2 + z^2 = 0,\ q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$

⑤ $p : |x + y + z| = |x| + |y| + |z|,\ q : xy + yz + zx > 0$

해설

① $p : A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A \Leftrightarrow q : B - A = \phi$ ∴ 필요충분조건

② $p : n^2$ 은 12의 배수이다. $\leftarrow q : n$ 은 12 의 배수이다.<반례>
n 이 6 이면 n^2 은 12 의 배수이나 n 은 12 의 배수가 아니다.
∴ 필요조건

③ $p : xyz \neq 0 \rightarrow q : x,\ y,\ z$ 는 모두 0 이 아니다. ∴ 필요충분조건

④ $p : x^2+y^2+z^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0,\ y = 0,\ z = 0\ q : x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\} = 0 \Leftrightarrow x = y = z$
$p : x^2 + y^2 + z^2 = 0 \Rightarrow q : x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$
∴ 충분조건

⑤ $|x + y + z| = |x| + |y| + |z| \Rightarrow xy + yz + zx$ 0 <반례> $x = 3,\ y = 5,\ z = -1$ 을 대입하면 $q \rightarrow p$ 가 성립하지 않는다.∴ 충분조건