

1. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 크거나 같고, } 10 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

① $\{4, 6\} \subset A$

② $\{5, 7\} \subset A$

③ $\emptyset \in A$

④ $2 \notin A$

⑤ $9 \in A$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

① $\{4, 6\} \not\subset A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $2 \in A$

⑤ $9 \notin A$

3. 다음 안에 알맞은 세 자연수를 차례대로 나열한 것은?

보기

- ㉠ $n(\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}) = \text{$
- ㉡ 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = \text{$
- ㉢ $A \subset \{\neg, \neg, \neg, \neg\}$ 이고 $n(A) = 3$ 을 만족하는 집합은 A 의 개수는 개이다.

- ① 5, 0, 4 ② 6, 0, 3 ③ 6, 1, 3
- ④ 6, 1, 4 ⑤ 12, 1, 3

해설

㉠ $n(\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}) = 6$
㉡ 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$
㉢ $A \subset \{\neg, \neg, \neg, \neg\}$ 이고 $n(A) = 3$ 을 만족하는 집합 A 는 $\{\neg, \neg, \neg\}, \{\neg, \neg, \neg\}, \{\neg, \neg, \neg\}, \{\neg, \neg, \neg\}$ 이므로 4개이다.
따라서 세 자연수는 차례대로 6, 1, 4이다.

4. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

A 는 B 의 진부분집합이므로 4의 배수 중 4를 제외한 가장 작은 자연수는 8이다.

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

- ㉠

$\{2, 4, 6, 8\}$
- ㉡

$\{2, 3, 4, 8\}$
- ㉢

$\{2, 4, 6, 8, 10\}$
- ㉣

$\{2, 4, 6, 8, 9\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

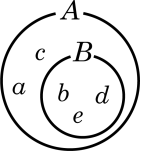
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

6. 다음 벤 다이어그램에서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 A, B 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, e\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 구하면 $\{b, d, e\}$, $\{a, b, d, e\}$, $\{b, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 이고 개수는 4개이다.

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $n(X \cap B) = 2$ 이고 $X \subset A$ 인 집합 X 의 개수는?

① 8개 ② 12개 ③ 15개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$X \cap B = \{1, 3\}$ 인 경우 5는 X 의 원소일 수 없다. 이 때, X 는 1, 3은 반드시 포함하고 5는 포함하지 않는 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)이다.

$n(X \cap B) = 2$ 인 경우는 3가지이고, 이처럼 각각에 따라 4개의 집합이 되므로 구하는 집합 X 의 개수는 $3 \times 4 = 12$ (개)이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

- $\textcircled{\tiny ㉠} \ a = 5$

$\textcircled{\tiny ㉡} \ b = 1$

$\textcircled{\tiny ㉢} \ B \subset A$

$\textcircled{\tiny ㉣} \ A = B$

$\textcircled{\tiny ㉤} \ a + b = 8$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny ㉠}$

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고,
 a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.
 $\textcircled{\tiny ㉠} \ a = 7$

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
- ③ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ④ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
- ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$

해설

- ③ $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ $A = B$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이다. $\therefore A \subset B$ 일 때, $n(A) \leq n(B)$
- ⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로, $n(A) = n(B)$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 짝수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 약수의 개수가 홀수인 수}\}$ 에 대하여 보기에서 $A \cap B$ 의
원소를 모두 골라라.

보기

1 3 4 8 16 25 36 42

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 36

해설

보기의 수의 약수와 약수의 개수를 구해보면 다음과 같다.

	약수	약수의 개수(개)
1	1	1
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
8	1, 2, 4, 8	4
16	1, 2, 4, 8, 16	5
25	1, 5, 25	3
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	9
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	8

$A = \{x \mid x\text{는 짝수}\} = \{4, 8, 16, 36, 42\}$

$B = \{x \mid x\text{는 약수의 개수가 홀수인 수}\} = \{1, 4, 16, 25, 36\}$

따라서 $A \cap B = \{4, 16, 36\}$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.
- ② $A \subset (A \cup B)$
- ③ $A \cap B = B \cap A$
- ④ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $A \cup A = A$

해설

① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

12. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, (a, b) 를 구하면?

$A \cap B = \{1, 5\}$ $A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$ $A = \{1, a + 2, 6\}$ $B = \{1, b - 2, b + 1\}$

- ① (3, 4) ② (3, 5) ③ (3, 7) ④ (4, 4) ⑤ (4, 7)

해설

$A \cap B = \{1, 5\}$ 이므로 $\{1, 5\} \subset \{1, a + 2, 6\}$ 이다.
 $a + 2 = 5, a = 3$ 이므로 $A = \{1, 5, 6\}$ 이다.
또 $\{1, 5\} \subset \{1, b - 2, b + 1\}$ 이므로 $b - 2 = 5$ 또는 $b + 1 = 5$ 이다.
i) $b = 7$ 인 경우, $B = \{1, 5, 8\}$
ii) $b = 4$ 인 경우, $B = \{1, 2, 5\}$
두 경우 중 $A \cup B = \{1, 5, 6, 8\}$ 를 만족하는 경우는 i) 이므로 $b = 7$ 이다.
따라서 $(a, b) = (3, 7)$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cup B = B$ 인 조건을 만족하는 자연수 k 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cup B = B$ 를 만족하려면 $A \subset B$ 인 관계가 성립하여야 하므로 집합 B 는 집합 A 의 원소인 8의 배수를 모두 포함하여야 한다. 따라서 k 가 8의 약수일 때다. 즉 6의 배수는 8의 배수 전부를 포함하지 않는다.

14. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 8 개 ⑤ 16 개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개) 이다.

15. 세 자리의 자연수 중에서 백의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합을 A , 십의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합을 B , 일의 자리의 숫자가 4의 배수인 수의 집합을 C 라 할 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

백의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합과 십의 자리 숫자가 4의 배수인 수의 집합, 일의 자리의 숫자가 4의 배수인 수의 집합의 교집합은 세 자리 모두 4의 배수인 수로 이루어진 수의 집합이다. 따라서 백의 자리, 십의자리, 일의자리에 각각 4의 배수인 4, 8이 올 수 있으므로 2가지씩이다.

$$\therefore n(A \cap B \cap C) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

16. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 4, 7, 8, 10\}$ 에 대하여 다음
중 옳은 것은?
- ① $A^c \cap B^c = \{5, 8, 9\}$ ② $n(A \cup B) = 6$
③ $A - B = \{1, 3, 6\}$ ④ $A^c = \{4, 5, 7, 8, 9\}$
⑤ $n((A \cap B)^c) = 3$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 4, 7, 8, 10\}$
이므로 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

U

A

B

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

① $A^c \cap B^c = \{5, 9\}$
② $n(A \cup B) = 8$
④ $A^c = \{4, 5, 7, 8, 9, 10\}$
⑤ $n((A \cap B)^c) = 9$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cap B^C) \cup (B - A) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $A - B = B$ ② $A^C \cap B^C = \emptyset$ ③ $A = B$
④ $A^C = \emptyset$ ⑤ $A \cup B^C = \emptyset$

해설

$(A \cap B^C) \cup (B - A) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이므로 $A - B = \emptyset$, $B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

18. 다음은 경화의 수학일기 중 일부이다. 다음 중 잘못된 것을 골라라.

오늘은 집합 A 가 집합 B 의 부분집합일 때, 두 집합사이의 관계를 표현하는 다양한 방법들을 배웠다.

$\textcircled{\tiny ㉠} \ A - B = \emptyset$

$\textcircled{\tiny ㉡} \ A \cap B = A$

$\textcircled{\tiny ㉢} \ A^c \cap B = \emptyset$

$\textcircled{\tiny ㉤} \ B^c \subset A^c$

$\textcircled{\tiny ㉥} \ A \cup B = B$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny ㉢}$

해설

$\textcircled{\tiny ㉢} \ A \subset B$ 일 때, $A^c \cap B \neq \emptyset$ 이다.

19. 두 집합 $A = \{5, 7, a + 3\}$, $B = \{9, a + 5, 2 \times a + 2, 16\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{9\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{5, 7, 9\}$

② $\{5, 7, 11\}$

③ $\{5, 7, 11, 14\}$

④ $\{5, 7, 11, 13, 16\}$

⑤ $\{5, 7, 11, 14, 16\}$

해설

$A \cap B = \{9\}$ 이므로 $a + 3 = 9, a = 6$ 이다.

따라서 $A = \{5, 7, 9\}, B = \{9, 11, 14, 16\}$ 이므로

$(A - B) \cup (B - A) = \{5, 7\} \cup \{11, 14, 16\} = \{5, 7, 11, 14, 16\}$ 이다.

20. 진수는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{1, 7\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{1, 3, 5, b\}$, $B = \{2, a, 4, 5\}$ 를 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $b - a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{1, 7\}$ 이므로 $b = 7$ 이다. $A \cap B = \{3, 5\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $b - a = 7 - 3 = 4$ 이다.

21. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

22. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 6\text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - B$ 는?

- ① {1}
- ② {2}
- ③ {1, 2}
- ④ {2, 3}
- ⑤ {2, 3, 4}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $(A \cup B) - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$ 이다.

23. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가 모두 공집합이 아니고 $A = B^c, B = C^c$ 을 만족할 때, 다음 <보기> 중에서 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $A^c = B$

㉡ $A \cup B = U$

㉢ $A = C$

㉣ $B \cap C = \emptyset$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $A^c = (B^c)^c = B$ (참)
㉡ $A \cup B = B^c \cup B = U$ (참)
㉢ $A = B^c = (C^c)^c = C$ (참)
㉣ $B \cap C = C^c \cap C = \emptyset$ (참)
따라서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 모두 옳다.

24. 자연수 k 의 양의 약수를 원소로 가지는 집합을 A_k 라고 할 때 다음 포함 관계가 옳은 것은?

① $A_{12} \subset A_4$

② $A_{12} \subset (A_{36} \cap A_{24})$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{18}$

④ $A_{3k} \subset A_{2k}$

⑤ $A_m \cap A_n = A_{mn}$

해설

① $A_4 \subset A_{12}$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{36}$

④ A_{3k} 와 A_{2k} 는 서로 포함관계가 아님

25. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 8, n(A \cap B) = 3, n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

① $n(A - B) : 4, n(B - A) : 4$ ② $n(A - B) : 4, n(B - A) : 5$

③ $n(A - B) : 5, n(B - A) : 4$ ④ $n(A - B) : 5, n(B - A) : 5$

⑤ $n(A - B) : 8, n(B - A) : 7$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 5 + 3 + n(B - A) \quad \therefore n(B - A) = 4$$

26. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는?

① 8 명 ② 11 명 ③ 19 명 ④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 30$, $n(A) = 21$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B) = 11$ 이다.

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

27. 우리 반 학생 중에 장미를 좋아하는 학생은 8 명, 백합을 좋아하는 학생은 12 명이다. 둘 다 모두 좋아하는 학생이 6 명일 때, 장미만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 2명

해설

우리 반 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 백합을 좋아하는 학생을 B 라 하면

 $n(A) = 8, n(B) = 12, n(A \cap B) = 6$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 6 = 2(\text{명})$ 이다.

따라서 장미만 좋아하는 학생은 2 명이다.

28. 다음 글을 읽고, 밑줄 친 부분을 수학적 표현을 사용하여 나타낼 때, 틀린 곳을 구하여라.

엄마 : 오늘 오는 친구 중에 초등학교 친구와
중학교 친구는 각각 몇 명이니?
성실 : 초등학교 친구 6명과 중학교 친구 8명이요.
 $n(A)=6$ $n(B)=8$
이 말을 들은 엄마는 14명이 먹을 수 있는
음식을 준비했다.
(그 날 저녁)
친구들 : 안녕하세요.
엄마 : 어서들 와라, 그런데! 승훈아!
왜 11명이니? 안 온 사람 있니?
 $\ominus n(A \cup B)=11$
성실 : 아니요,
제가 초대한 친구는 모두 왔는데요.
엄마 : 그럼,
초등학교와 중학교가 모두 같은 친구는 3명,
 $\ominus n(A \cap B)=3$
초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구는 3명
이지? $\ominus n(B-A)=3$
성실 : 예, 맞아요.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉔

해설

초등학교 친구 중 중학교가 다른 친구들의 집합은 $A - B$ 이므로
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 6 - 3 = 3$ (명)이다.
따라서 ㉔의 수학적 표현은 $n(A - B) = 3$ 이다.

29. 자연수들로 이루어진 두 집합 X, Y 에 대하여 $X + Y = \{x + y \mid x \in X, y \in Y\}$ 라 하자. $X = \{3, 6, 9, \dots\}, Y = \{5, 10, 15, \dots\}$ 라 할 때, 집합 $X + Y$ 의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9개

해설

$X + Y$ 가 20 이하인 수는

$x = 3$ 일 때, $y = 5, 10, 15$ 의 3가지이고

$x = 6, 9$ 일 때, $y = 5, 10$ 의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$ 일 때, $y = 5$ 의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

30. 집합 A 의 멱집합 2^A 을 $2^A = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{1, 2\}$, $B = 2^A$ 일 때, $n(2^B)$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$n(A) = 2$ 이므로 $n(2^A) = 2^2 = 4$ 개

$\therefore n(B) = 4, n(2^B) = 2^4$ (개)

31. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

조건

$$X \subset A, \quad B \subset X, \quad n(X) = 4$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로
 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$
 $\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$
 $\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6개이다.

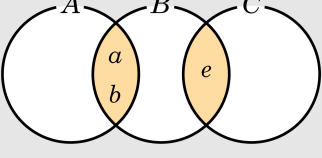
32. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

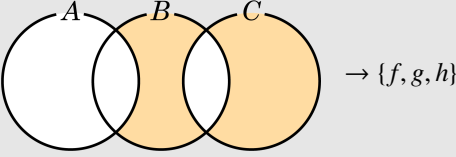
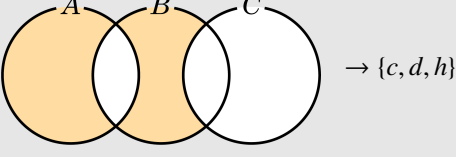
▷ 정답 : $\{a, b, e, h\}$

해설

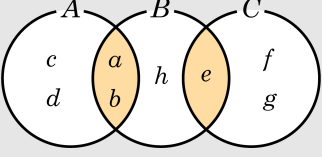
우선 세 조건 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로 $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합 A, B, C 는 다음과 같다.



그러므로 $B = \{a, b, e, h\}$ 이다.

33. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$
 $(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

34. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 5\}$ 에 대하여

$(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$$(A \cup B)^c = \{4\}, (A - B)^c = \{2, 4, 5\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{4\} \subset X \subset \{2, 4, 5\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

35. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 7, 9\}$, $B = \{3, 9\}$ 에 대하여 $B \cup X = X$, $(A - B) \cap X = \{7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. (단, X 는 U 의 부분집합이다.)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2개

해설

$\{3, 9\} \cup X = X, \{1, 7\} \cap X = \{7\}$ 이므로
 $\{3, 9\} \subset X, 1 \notin X, 7 \in X$ 이다. 따라서 $\{3, 7, 9\} \subset X \subset \{3, 5, 7, 9\}$
 이다.
 따라서 집합 X 의 개수는 $2^1 = 2$ (개) 이다.

36. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{3, 7\}$ 에 대하여 $B \cup X = X$, $(A - B) \cap X = \{5\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?(단, X 는 U 의 부분집합이다.)

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\{3, 7\} \cup X = X$, $\{1, 5\} \cap X = \{5\}$ 이므로
 $\{3, 7\} \subset X$, $1 \notin X$, $5 \in X$ 이다.
따라서 $\{3, 5, 7\} \subset X \subset \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 = 2(\text{개})$ 이다.

37. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수는?

I. $A \cap X = X$ II. $(A - B) \cup X = X$

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다.
따라서 $\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

38. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

39. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}, B = \{b, c\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

40. $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$, $B = \{1, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.