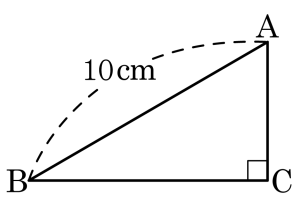
1. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?

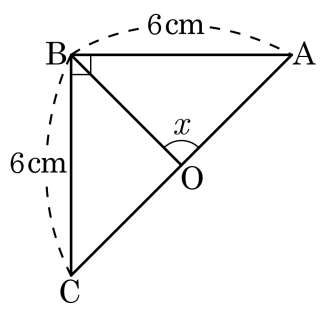


① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

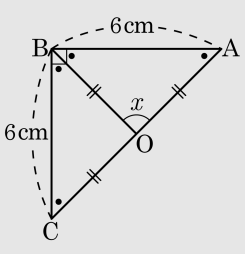
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



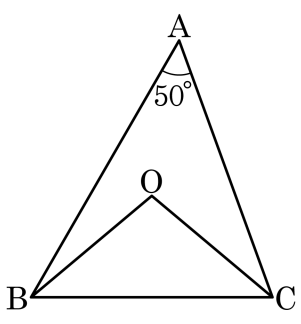
① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



△ABC 는 직각이등변삼각형
$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90°$ 이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 45°$
직각삼각형 △ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 △ABC 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
△OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\angle OAB = \angle OBA = 45°$
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50°$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



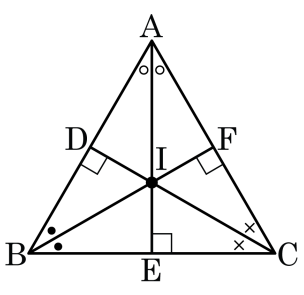
① $110°$ ② $100°$ ③ $105°$ ④ $95°$ ⑤ $115°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50° \times 2 = 100°$

$\therefore \angle BOC = 100°$

4. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



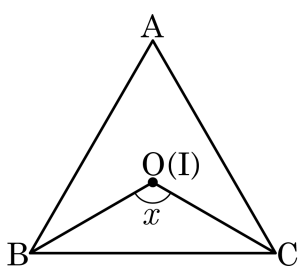
△IBE와 △IBD에서
∠IEB = ∠IDB = 90°,
$\overline{IB}$는 공통변,
∠IBE = ∠IBD이므로
△IBE ≡ △IBD (RHA 합동)
∴ $\overline{ID}$ = ☐ ⋯ ①
같은 방법으로 △ICE ≡ △ICF (RHA 합동)이므로
∴ ☐ = $\overline{IF}$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서
∴ $\overline{ID} = \overline{IF}$
△ADI와 △AFI에서
∠ADI = ∠AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 △ADI ≡ △AFI(RHS 합동)
대응각 ∠DAI = ∠FAI이므로 $\overline{AI}$는 ∠A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

△IBE ≡ △IBD(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, △ICE ≡ △ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

5. 다음 그림과 같이 △ABC 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



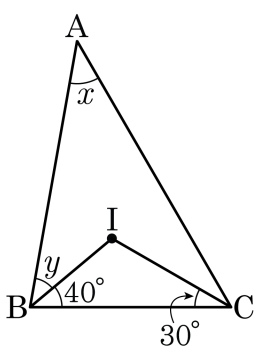
△ABC 의 외심과 내심이 일치할 때에 △ABC 는 ( ) 이고, ∠BOC = ( )° 이다.

① 직각삼각형, 90
② 직각삼각형, 120
③ 이등변삼각형, 60
④ 정삼각형, 90
⑤ 정삼각형, 120

해설

△ABC 의 외심과 내심이 일치할 때는 △ABC 는 정삼각형이다.
∠A = 60° 이고, 점 O 가 외심일 때, 2∠A = ∠BOC 이므로 ∠BOC = 120° 이다.
따라서 $x = 120°$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle x = 180° - 2 \times (40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

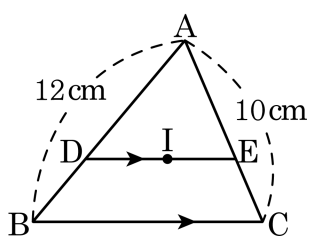
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

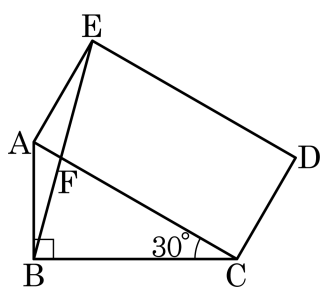


① 20cm ② 21cm ③ 22cm ④ 23cm ⑤ 24cm

해설

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=12+10=22(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?

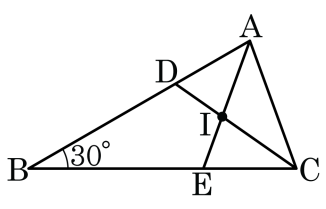


① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① $110°$ ② $123°$ ③ $135°$ ④ $148°$ ⑤ $160°$

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

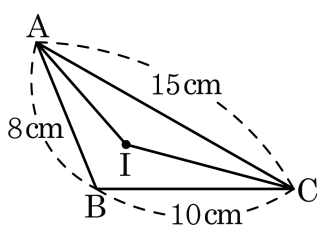
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

$\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

10. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15

④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

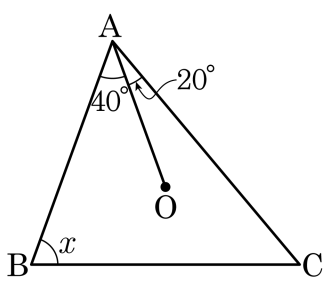
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \frac{33}{2}r\ (\text{cm}^2)$

$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

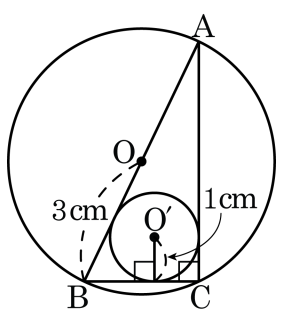


① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

12. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하면?



① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{AB}$ 가 원 O 의 지름이므로
△ABC 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
△ABC 의 내접원 O′ 과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고,
$\overline{BC} = a(\text{cm})$, $\overline{AC} = b(\text{cm})$ 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\text{cm})$, $\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore$ △ABC의 둘레 $= a + b + 6 = 14$